

**ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2000
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

ΘΕΜΑ 1ο

A.1. Να γράψετε τον τύπο που δίνει το νιοστό όρο a_n μιας αριθμητικής προόδου (a_n) , που έχει πρώτο όρο a_1 και διαφορά ω .

Μονάδες 3

A.2. Να γράψετε τη σχέση μεταξύ των πραγματικών αριθμών α, β, γ έτσι, ώστε οι αριθμοί αυτοί, με τη σειρά που σας δίνονται, να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

Μονάδες 3

A.3. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα S_n των πρώτων n όρων μιας γεωμετρικής προόδου (a_n) , που έχει πρώτο όρο a_1 και λόγο $\lambda \neq 1$, είναι:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{\lambda^n - 1}{\lambda - 1}$$

Μονάδες 6,5

B.1. Στη **Στήλη Α** δίνεται ο πρώτος όρος a_1 και η διαφορά ω τριών αριθμητικών προόδων και στη **Στήλη Β** ο νιοστός όρος a_n τεσσάρων αριθμητικών προόδων. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα της **Στήλης Α** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης Β** που αντιστοιχεί στο σωστό νιοστό όρο.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $a_1=1, \omega=-2$	1. $a_n=-n$
β. $a_1=0, \omega=3$	2. $a_n=4n-3$
γ. $a_1=-1, \omega=-1$	3. $a_n=3-2n$
	4. $a_n=3n-3$

Μονάδες 6

B.2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- α. Οι αριθμοί $-5, 5, 15$, με τη σειρά που σας δίνονται, είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
- β. Ο εικοστός όρος της αριθμητικής προόδου $10, 7, 4, \dots$ είναι ίσος με 20.
- γ. Σε κάθε αριθμητική πρόοδο (a_n) για τους όρους της a_2, a_4, a_6 ισχύει η σχέση $2a_4 = a_2 + a_6$.

Μονάδες 4,5

B.3. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Αν σε μια γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος όρος είναι ίσος με 1 και ο λόγος ίσος με 2, τότε το άθροισμα των πρώτων n όρων της είναι ίσο με:

- A. $\frac{2^v-1}{2}$, B. 2^v-1 , Γ. 2^{v-1} ,
Δ. $1-2^v$, Ε. Κανένα από τα προηγούμενα.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=\alpha x^3+(\beta-1)x^2-3x-2\beta+6$, όπου α, β πραγματικοί αριθμοί.

- α) Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου $P(x)$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x+1$ είναι ίσο με 2, τότε να δείξετε ότι $\alpha=2$ και $\beta=4$.

Μονάδες 15

- β) Για τις τιμές των α και β του ερωτήματος α), να λύσετε την εξίσωση $P(x)=0$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=2\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x-2\eta\mu^2 x-4\sigma\upsilon\nu^2 x$, όπου x πραγματικός αριθμός.

- α) Να μετατρέψετε τη συνάρτηση f στη μορφή $f(x)=\rho\eta\mu(2x+\varphi)+k$, όπου ρ, φ, k πραγματικοί αριθμοί και $\rho>0$.

Μονάδες 9

- β) Να βρείτε για ποιες τιμές του x η συνάρτηση f παίρνει τη μέγιστη τιμή και ποια είναι αυτή.

Μονάδες 6

- γ) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) - f\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$ στο διάστημα $[0, \pi]$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Ένας πληθυσμός βακτηριδίων τριπλασιάζεται σε αριθμό κάθε μια ώρα.

- A. Αν αρχικά υπάρχουν 10 βακτηρίδια, να βρείτε το πλήθος των βακτηριδίων ύστερα από 6 ώρες.

Μονάδες 9

- B. Στο τέλος της έκτης ώρας ο πληθυσμός των βακτηριδίων ψεκάζεται με μια ουσία, η οποία σταματά τον πολλαπλασιασμό τους και συγχρόνως προκαλεί την καταστροφή $3^3 \cdot 10$ βακτηριδίων κάθε ώρα.

- B.1. Να βρείτε το πλήθος των βακτηριδίων που απομένουν 20 ώρες μετά τον ψεκασμό.

Μονάδες 8

- B.2. Μετά από πόσες ώρες από τη στιγμή του ψεκασμού θα καταστραφούν όλα τα βακτηρίδια;

Μονάδες 8