

(1) Δίνεται η συνάρτηση $\psi = x \cdot e^{\kappa \cdot x}$

(α) Αν για $x = 1$ είναι $\frac{d\psi}{dx} = 0$ N. Δ. Ο $\kappa = -1$

(β) Για την $\psi = x \cdot e^{-x}$ N. Δ. Ο $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2}{1-x} + \frac{d\psi}{dx} - \psi = 0$

(2) Καμπύλη ορίζεται από τις εξισώσεις $x = 1 + \eta \mu t$, $\psi = \sigma \nu^2 t$, $0 \leq t \leq \pi$.

(α) N. Δ. Ο $d\psi = -\eta \mu t$

(β) Στο σημείο A της καμπύλης είναι $\eta \mu t = \frac{1}{4}$.

N. Δ. Ο η κάθετη της καμπύλης στο A έχει εξίσωση $16\psi - 32x + 25 = 0$.

(3) Αν $x = \frac{t^2}{2} - e^t + t$ και $\psi = \eta \mu t - t$ να βρεθεί το $\lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{d\psi}{dx} \right)$

(4) Να υπολογίσετε τα όρια :

(α) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sigma \nu x) \cdot \sigma \phi x$

(β) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$

(γ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\eta \mu x}$

(5) Αν $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\alpha x^3 + \beta x}{8x^3 - 4x} = 5$ να βρεθεί η τιμή του α .

(6) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^{-x} (x^2 + 3x + 1)$.

(i) Να βρείτε:

(α) Αν έχει οριζόντιες ασύμπτωτες και οποίες είναι.

(β) Το διάστημα στο οποίο η συνάρτηση είναι αύξουσα

(γ) Τα τοπικά μέγιστα ή ελάχιστα της.

(ii) Να κάμετε τη γραφική παράσταση.

(iii) Αν $g(x) = f(x) + \alpha$, όπου $\alpha \in \mathbb{R}$, να βρείτε τις τιμές του α για τις οποίες η καμπύλες $g(x)$ δεν τέμνει τον άξονα x .

(7) Δίνονται οι συναρτήσεις $\psi_1 = f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$, $x \neq 1$

και $\psi_2 = \frac{1}{f(x)}$

(α) Να μελετήσετε και να παραστήσετε γραφικά τις δύο καμπύλες στους ίδιους άξονες συντεταγμένων.

(β) Να συντεταγμένες των σημείων A και B στο οποία τέμνονται οι καμπύλες ψ_1 και ψ_2 .

- (8) Δίνεται η συνάρτηση $\psi = \frac{x}{1+x}$, $x = -1$

Δείξτε ότι η παράγωγος της είναι παντα θετική. Κάμετε τη γραφική της παράσταση σημειώνοντας καθαρά τις ασύμπτωτες. Και τα σημεία τομής της με τους άξονες ox και oy . Η εφαπτόμενη της καμπύλης στο σημείο $\rho(-2, 2)$ τέμνει τον άξονα Oy στο T . Μια ευθεία που περνά από το T με κλίση λ τέμνει την καμπύλη σε δύο σημεία. Να δείξετε ότι οι τετμημένες αυτών των σημείων επαληθεύουν τη δευτεροβάθμια εξίσωση $\lambda x^2 + (3 + \lambda)x + 4 = 0$. Χρησιμοποιώντας την πιο πάνω εξίσωση ή διαφορετικά να βρείτε τις συντεταγμένες ενός δεύτερου σημείου Σ (εκτός από το P) έτσι ώστε η εφαπτόμενη της καμπύλης σ' αυτό να περνά από το T .

- (9) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\alpha x + \beta}{\gamma x + \delta}$

(α) Να δειχθεί ότι αν $\delta = -\alpha$ τότε $f'(x) = f(x)$

(β) Αν $\alpha = +1$, $\beta = -2$, $\gamma = 2$ και $\delta = -1$ να μελετηθεί και να παρασταθεί η $\psi = \frac{1}{f(x)}$

- (10) Το πιο κάτω σχήμα παριστάνει την Γραφ. Παρ. της $\psi = -x^2 + 16$. Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A, B, Γ, Δ έτσι ώστε η περίμετρος του ορθογωνίου $A B \Gamma \Delta$ να είναι μέγιστη.

