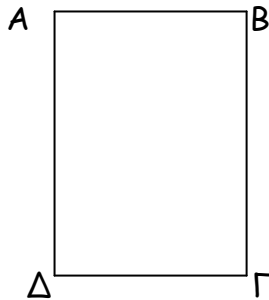
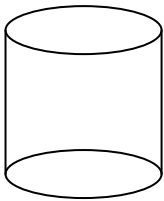


ΚΥΛΙΝΔΡΟΣ

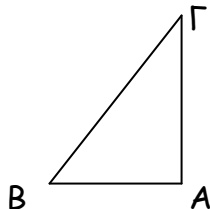
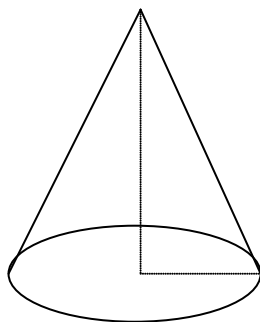
Ορισμός: Κύλινδρος λέγεται το στερεό που παράγεται από την πλήρη περιστροφή ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου γύρω από μια πλευρά του.

ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ ΤΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΚΑΙ ΤΟΥ ΌΓΚΟΥ ΤΟΥ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΛΥΣΗ

- 1) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας ενός κυλίνδρου ισούται με  $96\pi \text{ cm}^2$  και το ύψος του  $6\text{ cm}$ . Να βρεθεί ο όγκος του. ( $V = 384\pi \text{ cm}^3$ )
- 2) Ο όγκος του κυλίνδρου είναι  $81\pi \text{ m}^3$  και το ύψος του είναι τριπλάσιο της ακτίνας του. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας. ( $E_{ολ} = 72\pi \text{ m}^2$ )
- 3) Ο όγκος του κυλίνδρου είναι  $160\pi \text{ cm}^3$  και ισχύει η σχέση  $2u - 5R = 0$ . Να υπολογίσετε: (α) την ακτίνα της βάσης και (β) το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου. ( $R = 4\text{ cm}$ ,  $E_k = 80\pi \text{ cm}^2$ )
- 4) Η περίμετρος της βάσης κυλίνδρου είναι ίση με  $8\pi \text{ m}$  και το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας  $112\pi \text{ m}^2$ . Να υπολογίσετε τον όγκο του κυλίνδρου. ( $V = 160\pi \text{ cm}^3$ )
- 5) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κυλίνδρου είναι ίση με  $90\pi \text{ m}^2$  και το εμβαδόν της κυρτής του επιφάνειας  $40\pi \text{ m}^2$ . Να βρείτε τον όγκο του κυλίνδρου. ( $V = 100\pi \text{ m}^3$ )
- 6) Ορθογώνιο  $ΑΒΓΔ$  με διαστάσεις  $ΑΒ = 2\text{ cm}$  και  $ΒΓ = 6\text{ cm}$  περιστρέφεται ολόκληρη στροφή γύρω από τον άξονα ( που δεν τέμνει το ορθογώνιο) παράλληλο προς τη  $ΒΓ$  και που απέχει από αυτήν απόσταση  $2\text{ cm}$ . Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν του στερεού που παράγεται. ( $V = 72\pi \text{ cm}^3$ ,  $E = 96\pi \text{ cm}^2$ )

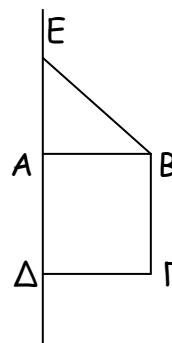
ΚΩΝΟΣ

Ορισμός: Κώνος λέγεται το στερεό που παράγεται από πλήρη περιστροφή ενός ορθογωνίου τριγώνου γύρω από μία κάθετη πλευρά του.

ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ ΤΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΚΑΙ ΤΟΥ ΌΓΚΟΥ ΤΟΥ ΚΩΝΟΥΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΛΥΣΗ

- 1) Αν το εμβαδόν της βάσης κώνου είναι  $36\pi \text{ m}^2$  και ο όγκος του  $96\pi \text{ m}^3$ , να υπολογίσετε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του. ( $E_K = 60\pi \text{ m}^2$ )
- 2) Ισόπλευρο τρίγωνο  $AB\Gamma$  με πλευρά  $2a$  περιστρέφεται ολόκληρη στροφή γύρω από την  $B\Gamma$ . Να υπολογίσετε το εμβαδόν και τον όγκο του στερεού που παράγεται.  
( $E_K = 4\pi a^2 \sqrt{3} \text{ m}^2$ ,  $V = 2\pi a^3$ )
- 3) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κώνου είναι  $90\pi \text{ cm}^2$  και το εμβαδόν της κυρτής του επιφάνειας  $65\pi \text{ cm}^2$ . Να υπολογίσετε τον όγκο του κώνου ( $V = 100\pi \text{ cm}^3$ )
- 4) Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας κώνου είναι  $18\pi \text{ cm}^2$  και η γενέτειρα του  $\lambda$  σχηματίζει γωνία  $60^\circ$  με τη βάση. Να βρείτε τον όγκο του κώνου. ( $V = 9\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$ )
- 5) Στο σχήμα το  $AB\Gamma\Delta$  είναι τετράγωνο με πλευρά  $4a$  και το  $ABE$  ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο. Το σχήμα  $E\Delta\Gamma B$  περιστρέφεται ολόκληρη στροφή γύρω από την  $E\Delta$ . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της επιφάνειας και τον όγκο του παραγόμενου στερεού.

$$[ E_{ολ} = 16a^2\pi (\sqrt{2} + 3), V = \frac{256a^3\pi}{3} ]$$

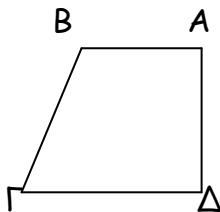


- 6) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $A=90^\circ$ ) με πλευρές  $AB=3\text{cm}$  και  $A\Gamma=4\text{cm}$ . Μια ευθεία ( $\epsilon$ ), που ανήκει στο επίπεδο του  $AB\Gamma$  είναι κάθετη στην  $A\Gamma$  στο  $\Gamma$ . Να βρεθούν το εμβαδόν της επιφάνειας και ο όγκος του στερεού που παράγεται από την πλήρη περιστροφή του τριγώνου  $AB\Gamma$  γύρω από την ( $\epsilon$ ). ( $E=60\pi\text{cm}^2$ ,  $V=32\pi\text{cm}^3$ )
- 7) Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  ( $A\Delta \parallel B\Gamma$ ) με  $A\Delta=2a$ ,  $AB=a$  και  $B\Gamma=a$ . Να βρεθούν ο όγκος και το εμβαδόν της επιφάνειας του στερεού που παράγεται από την πλήρη περιστροφή του τραπεζίου γύρω από την  $B\Gamma$ .

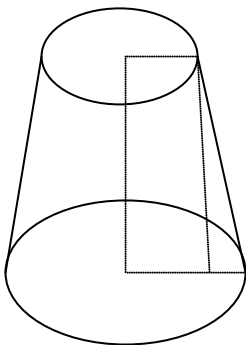
$$(E=3a^2\sqrt{3}\pi\text{cm}^2, V=\frac{5a^3\pi}{4}\text{cm}^3)$$

### ΚΟΛΟΥΡΟΣ ΚΩΝΟΣ

Ορισμός: Κόλουρος κώνος λέγεται το στερεό που παράγεται από πλήρη περιστροφή ενός ορθογωνίου τραπεζίου γύρω από την πλευρά του που είναι κάθετη στις βάσεις του.



### ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ ΤΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΚΑΙ ΤΟΥ ΌΓΚΟΥ ΤΟΥ ΚΟΛΟΥΡΟΥ ΚΩΝΟΥ



### ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣ ΛΥΣΗ

- Οι ακτίνες των βάσεων κόλουρου κώνου είναι  $10\text{cm}$  και  $2\text{cm}$  και το ύψος του  $15\text{cm}$ . Να υπολογίσετε : α) το εμβαδόν της κυρτής, β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και γ) τον όγκο του κόλουρου κώνου. ( $E_k=204\pi\text{cm}^2$ ,  $E_{ολ}=308\pi\text{cm}^2$ ,  $V=620\pi\text{cm}^3$ )
- Κόλουρος κώνος έχει όγκο  $V=700\pi\text{cm}^3$  και ύψος  $u=12\text{cm}$ . Αν η ακτίνα της μιας βάσης είναι διπλάσια από την ακτίνα της άλλης βάσης, να υπολογίσετε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κόλουρου κώνου. ( $E_k=195\pi\text{cm}^2$ )

- 3) Ορθογώνιο τραπέζιο με βάσεις  $AB=8\text{cm}$ ,  $\Delta\Gamma=12\text{cm}$ ,  $\Gamma=60^\circ$  και  $A=\Delta=90^\circ$  περιστρέφεται γύρω από την  $A\Delta$ . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού που σχηματίζεται. ( $E_{\text{ολ}}=368\pi\text{cm}^2$ )
- 4) Ισόπλευρο τρίγωνο  $AB\Gamma$  πλευράς  $2\text{a cm}$  στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από ευθεία  $\chi\Gamma\psi$  που δεν τέμνει το τρίγωνο και σχηματίζει γωνία  $30^\circ$  με την πλευρά  $B\Gamma$ . Αν ο όγκος του στερεού που παράγεται είναι  $54\sqrt{3}\pi\text{cm}^3$ , να βρείτε:  
α) την τιμή του  $\alpha$  και β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού.  
( $\alpha=3\text{cm}$ ,  $E_{\text{ολ}}=108\pi\text{cm}^2$ )
- 5) Δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο  $AB\Gamma\Delta$  ( $\hat{A}=90^\circ$ ,  $\hat{\Delta}=90^\circ$ ) με  $A\Delta=8\text{cm}$ ,  $AB=10\text{cm}$  και  $\Gamma\Delta=4\text{cm}$ . Το τραπέζιο στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από ευθεία (που δεν τέμνει το τραπέζιο) παράλληλη προς την  $AB$  και που απέχει από αυτήν απόσταση  $2\text{cm}$ . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται από την περιστροφή. ( $E_{\text{ολ}}=336\pi\text{cm}^2$ ,  $V=608\pi\text{cm}^3$ )
- 6) Στο πιο κάτω σχήμα το  $AB\Gamma E$  είναι ορθογώνιο τραπέζιο με  $(\Gamma E)=2(AB)$  και το  $\Gamma\Delta E$  ορθογώνιο τρίγωνο με  $\Delta E=4\text{cm}$ ,  $\Delta E\parallel B\Gamma$  και  $\hat{\Delta E Z}=30^\circ$ . Αν το πιο κάτω σχήμα περιστραφεί πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία  $(\epsilon)$  να βρείτε το εμβαδόν της επιφάνειας και τον όγκο του παραγόμενου στερεού.

$$[ E_{\text{ολ}}=(15+8\sqrt{3})\pi\text{cm}^2, V=\frac{23\sqrt{3}\pi}{3}\text{cm}^3 ]$$

