

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΚΘΕΤΙΚΕΣ ΚΑΙ ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

1) $\log_{\frac{1}{3}} x = -4$ 2) $\log_2 x = 3$ 3) $10^{\log(x+2)} = 3x - 8$ 4) $e^{-2\ln x} = 9$ 5) $5^{2x+1} - 6 \cdot 5^x + 1 = 0$
6) $4^{x-1} - 2^{x-2} = 13 + 2^{x-3}$ 7) $\log_2 x - 2\log_x 4 = 3$ 8) $\log_2 (9 - 2^x) = 3 - x$

9) $\log 2 + \log(4^{x-1} - 1) = 1 + \log(2^{x-2} + 1)$ 10) $\log_3 x + \log_9 x + \log_{81} x + \dots = \log_3 64$

11) $3^{1+\log x} + 3^{1-\log x} = 10$ 12) $x^{\log x} = 1000x^2$ 13) $x^{1+\log_2 x} = 4$ 14) $1 + \log_2 x = 2 \log_4 (x^2 - 8)$

15) $\log(3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 4) = 0$ 16) $5^{x-2} - 3 \cdot 2^{x-3} = 7 \cdot 5^{x-3} - 2^x$ 17) $(x+2)^{x^2-5} = (x+2)^4$

18) Να δείξετε ότι:

α) $\frac{\ln \sqrt[3]{49} - \ln \sqrt[3]{25} - \ln \sqrt[3]{9}}{\ln 7 - \ln 15} = \frac{2}{3}$

β) $\log_4 \frac{1}{16} - \log_5 125 + \log_3 3\sqrt{3} = -\frac{7}{2}$

19) Αν $\alpha, \beta, \gamma > 0$ είναι διαδοχικοί όροι Γ.Π. και $x > 1$, να δείξετε ότι οι αριθμοί $\frac{1}{\log_a x}, \frac{1}{\log_b x}, \frac{1}{\log_\gamma x}$ είναι διαδοχικοί όροι Α.Π.

20) Αν $\log_2 x = \alpha$, $\log_3 x = \beta$, $\log_4 x = \gamma$, $\log_9 x = \delta$ να δείξετε ότι $4\gamma\delta = \alpha\beta$

21) Αν $\log_2 3 = m$ να υπολογίσετε το $\log_3 18$ συναρτήσει του m .

22) Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων $f(x) = \log_{3-x} \frac{x^2 - 9}{x - 9}$ και $g(x) = \ln[\ln(x-4)]$

23) Αν $\alpha = \frac{\log x - \log y}{\log w} + \beta$ να δείξετε ότι $y = x \cdot w^{\beta - \alpha}$

24) Αν $\log_2 (2^x \cdot x^2) = \log_3 (3^x \cdot x^y)$ να δείξετε ότι $y = \log_2 9$

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ: 1) $x = 81$, 2) $x = 8$ 3) $x = 5$ 4) $x = \frac{1}{3}$ 5) $x = -1, 0$ 6) $x = 3$ 7) $x = 16, \frac{1}{2}$

8) $x = 0, 3$ 9) $x = 3$ 10) $x = 8$ 11) $x = \frac{1}{10}, 10$ 12) $x = \frac{1}{10}, 1000$ 13) $x = \frac{1}{4}, 2$ 14) $x = 4$

15) $x = \pm 1$ 16) $x = 4$ 17) $x = -1, \pm 3$ 21) $\frac{2m+1}{m}$ 22) $x \in (-3, 2) \cup (2, 3)$, $x \in (5, \infty)$