

ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ

Κάθε παράσταση της μορφής $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ με $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, a_n \in \mathbb{C}$ και $n \in \mathbb{N}$

λέγεται ακέραιο πολυώνυμο της μεταβλητής x και συμβολίζεται με $f(x)$ ή $\varphi(x)$ ή $g(x)$

δηλ $f(x) \equiv a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$

Το σύμβολο $\equiv$ σημαίνει ότι το πολυώνυμο συμβολίζεται με $f(x)$

- Τα μονώνυμα $a_n x^n, a_{n-1} x^{n-1}, \dots, a_1 x, a_0$ λέγονται όροι του πολυωνύμου.
- Οι αριθμοί $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, a_n$ λέγονται συντελεστές του πολυωνύμου και ειδικότερα ο αριθμός a_0 λέγεται σταθερός όρος του πολυωνύμου.
- Αν οι όροι ενός πολυωνύμου είναι όλοι μηδενικοί τότε το πολυώνυμο λέγεται **μηδενικό πολυώνυμο** και $O(x) \equiv 0x^n + 0x^{n-1} + \dots + 0x + 0$

Βαθμός πολυωνύμου : ο εκθέτης της μεγαλύτερης δύναμης του x , με συντελεστή διάφορο του μηδενός.

$$\begin{array}{ll} \text{π.χ. } f(x) \equiv 3x^3 + 6x^2 - 7x + 2 & \dots\dots\dots \\ g(x) \equiv 5x^5 - 3x^2 + 8 & \dots\dots\dots \end{array}$$

ΙΣΟΤΗΤΑ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ

$$\text{Αν } \alpha x^2 + \beta x + \gamma \equiv 5x^2 + 3x - 8 \Rightarrow \alpha = \quad \beta = \quad \gamma =$$

$f(x) \equiv g(x)$ αν οι συντελεστές των ίσων δυνάμεων του x είναι ίσοι.

Εφαρμογή : Δίνονται τα πολυώνυμα : $f(x) \equiv \alpha x^2 + (2\beta - \gamma)x + 3\gamma$ και $g(x) \equiv 3\beta x^2 + (\alpha + \beta)x + 6$
Αν $f(x) \equiv g(x)$ να βρείτε τις τιμές των α, β, γ .

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΤΙΜΗ ΠΟΛΥΩΝΥΜΟΥ

Αν $f(x) \equiv a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ και $\xi \in \mathbb{C}$ ο αριθμός $f(x) \equiv a_n \xi^n + a_{n-1} \xi^{n-1} + \dots + a_1 \xi + a_0$

λέγεται αριθμητική τιμή του πολυωνύμου για $x = \xi$.

Αν $f(x) \equiv g(x)$ τότε τα πολυώνυμα έχουν ίσες αριθμητικές τιμές $\forall \xi \in \mathbb{C}$

Εφαρμογή άσκηση 6 σελ 175

Αν $4x-2 \equiv A(x-2)(x-1) + B(x+1)(x-2) + \Gamma(x+1)(x-1)$, να προσδιορίσετε τα A, B, Γ .

ΡΙΖΑ ΠΟΛΥΩΝΥΜΟΥ : Ένας αριθμός $\rho \in \mathbb{C}$ είναι ρίζα του $f(x)$ αν $f(\rho) = 0$

■ Να εξετάσετε ποιος από τους αριθμούς $-1, 0, 1$ είναι ρίζα του πολυωνύμου

$$f(x) \equiv x^3 + 3x^2 + x - 5$$

ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΟΣ ΣΕ ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΑΠΛΩΝ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

■ Να γίνει η πράξη : $\frac{3}{x-2} + \frac{2}{x+1} =$

Θα μάθουμε στην συνέχεια να εργαζόμαστε αντίστροφα δηλ. πώς ένα κλάσμα αναλύεται σε άθροισμα απλών κλασμάτων.

A. Ανάλυση κλάσματος της μορφής $\frac{f(x)}{g(x)}$ όπου βαθμός $f(x) <$ βαθμό $g(x)$

(I) Για κάθε παράγοντα του παρονομαστή της μορφής $ax+b$ η ανάλυση $\frac{f(x)}{g(x)}$ περιέχει

κλάσμα της μορφής $\frac{A}{ax+b}$

παράδειγμα : Άσκηση 1 σελ 180

$$\frac{x+1}{(x-2)(x-1)} =$$

Άσκηση 4 σελ 180 $\frac{x+4}{x^2-3x+2} =$

(II) Για κάθε παράγοντα του παρονομαστή της μορφής $(ax+b)^k$ η ανάλυση $\frac{f(x)}{g(x)}$ περιέχει k κλάσματα της μορφής $\frac{A_1}{ax+b}, \frac{A_2}{(ax+b)^2}, \dots, \frac{A_k}{(ax+b)^k}$

Άσκηση 7 σελ 180 $\frac{3x-1}{x(x-1)^2} =$

(III) Για κάθε παράγοντα του παρονομαστή της μορφής ax^2+bx+c με $\Delta < 0$ η ανάλυση $\frac{f(x)}{g(x)}$ περιέχει κλάσμα της μορφής $\frac{Ax+B}{ax^2+bx+c}$

Άσκηση 9 σελ 180 $\frac{5x^2-x+2}{(x-1)(x^2+1)} =$

B. Ανάλυση κλάσματος της μορφής $\frac{f(x)}{g(x)}$ όπου βαθμός $f(x) \geq$ βαθμό $g(x)$

Όταν ο βαθμός του αριθμητή είναι ίσος ή μεγαλύτερος από τον βαθμό του παρονομαστή εκτελούμε πρώτα τη διαίρεση $\frac{f(x)}{g(x)}$. Αν $\pi(x)$ είναι το πηλίκο και $\upsilon(x)$ το υπόλοιπο της

διαίρεσης τότε το κλάσμα $\frac{f(x)}{g(x)} = \pi(x) + \frac{\upsilon(x)}{g(x)}$. Το κλάσμα $\frac{\upsilon(x)}{g(x)}$ το αναλύουμε με ένα από τους προηγούμενους τρόπους που μάθαμε πιο πάνω.

Άσκηση 18 σελ 180 $\frac{x^3 - 7x^2 - 13x - 15}{x^2 - 2x - 3} =$