

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ

1) $\int (2 - x + \frac{2}{x} + \frac{5}{\sqrt{x}}) dx$

2) $\int (x^4 \sqrt{x} - \frac{\sqrt[3]{x^5}}{x^2}) dx$

3) $\int \frac{x^5 - 2x}{x^4} dx$

4) $\int (3x - 8)^9 dx$

5) $\int (\eta\mu 2x + 3\sigma\upsilon\nu x - 6\eta\mu \frac{3x}{2}) dx$

6) $\int x^3 (x^2 + 4)^4 dx$

7) $\int \frac{\eta\mu^2 x}{1 + \sigma\upsilon\nu^2 x} dx$

8) $\int \frac{\varepsilon\varphi x}{\sigma\upsilon\nu x \sqrt{1 + \tau\varepsilon\mu x}} dx$

9) $\int \frac{1 + \sigma\upsilon\nu^2 x}{\eta\mu^2 x} dx$

10) $\int \frac{\eta\mu^2 x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} dx$

11) $\int \eta\mu^3 x \cdot \sigma\upsilon\nu^3 x dx$

12) $\int \frac{x^2 + 4x - 3}{x(x^2 - 4x + 3)} dx$

13) $\int \frac{7x + 9}{x^2 - 12x + 61} dx$

14) $\int \frac{2x\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu^3 x} dx$

15) $\int x \cdot 2^{-x} dx$

16) $\int \ln x (\ln x - 2) dx$

17) $\int \frac{dx}{1 + \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x} \quad (t = \varepsilon\varphi \frac{x}{2})$

18) $\int \frac{\eta\mu^3 x}{\sigma\upsilon\nu x} dx$

19) $\int \frac{dx}{\eta\mu x \cdot \eta\mu 2x}$

20) $\int \frac{\eta\mu^5 x}{\sigma\upsilon\nu^7 x} dx$

21) $\int \frac{dx}{1 + e^{-x}}$

22) $\int \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx \quad (x = \sigma\upsilon\nu 2\theta, 0 < \theta < \frac{\pi}{2})$

23) $\int \frac{x^2}{\sqrt{100 - x^2}} dx \quad (x = 10\eta\mu\theta, -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2})$

24) $\int \sigma\upsilon\nu x \ln(\sigma\upsilon\nu x) dx$

25) $\int \frac{\ln(\varepsilon\varphi x)}{\eta\mu^2 x} dx$

26) $\int \eta\mu x (\frac{1}{x^2} - \ln x) dx$

27) $\int \tau\varepsilon\mu^{22} x \cdot \varepsilon\varphi^3 x dx$

28) $\int (\sigma\upsilon\nu^6 x \eta\mu^4 x - \eta\mu^6 x \sigma\upsilon\nu^4 x) dx$

29) $\int \frac{x \tau\omicron\xi \eta\mu x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$

30) $\int \frac{\sigma\upsilon\nu x - \eta\mu x}{e^x + \eta\mu x} dx$

31) Αν $I_v = \int x^v \eta\mu x dx$ και $v \geq 2$ να δείξετε ότι : $I_v = -x^v \sigma\upsilon\nu x + vx^{v-1} \eta\mu x - v(v-1)I_{v-2}$
και στη συνέχεια να βρείτε το $\int x^3 \eta\mu x dx$

32) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης f αν:

$\int \frac{(x-1)^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = f(x) + c$ και $f(0) = 1, f(x) > 0$

33) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης f αν $f'(x) = x e^{x-f(x)}$, $f(2) = 2$ και $x > 1$

34) Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης f αν $2x f(x) + x^2 f'(x) = \sigma\upsilon\nu x - f'(x)$ και $f(0) = 1$

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

$$1) 2x - \frac{x^2}{2} + 2\ln|x| + 10\sqrt{x} + c, \quad 2) \frac{4}{9}\sqrt[4]{x^9} - \frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} + c \quad 3) \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + c \quad 4) \frac{(3x-8)^{10}}{30} + c$$

$$5) -\frac{1}{2}\sin 2x + 3\eta\mu x + 4\sigma\upsilon\nu\frac{3x}{2} + c, \quad 6) \frac{(x^2+4)^6}{12} - \frac{2(x^2+4)^5}{5} + c, \quad 7) -\ln(1+\sin^2 x) + c$$

$$8) 2\sqrt{1+\tan x} + c, \quad 9) -2\sigma\phi x - x + c, \quad 10) x - \eta\mu x + c, \quad 11) \frac{\eta\mu^4 x}{4} - \frac{\eta\mu^6 x}{6} + c \quad (\text{ή} \quad -\frac{\sigma\upsilon\nu 2x}{16} + \frac{\sigma\upsilon\nu^3 2x}{48} + c)$$

$$12) \ln\left|\frac{(x-3)^3}{x(x-1)}\right| + c, \quad 13) \frac{7}{2}\ln(x^2-12x+61) + \frac{51}{5}\text{τοξ}\varepsilon\phi\frac{x-6}{5} + c, \quad 14) x\varepsilon\phi^2 x - \varepsilon\phi x + x + c$$

$$15) -\frac{2^{-x}(x\ln 2 + 1)}{\ln^2 2} + c, \quad 16) x \ln^2 x - 4x \ln x + 4x + c, \quad 17) \ln\left|\varepsilon\phi\frac{x}{2} + 1\right| + c$$

$$18) -\ln|\sin x| + \frac{1}{4}\sin 2x + c, \quad 19) \frac{1}{2} [\ln|\tan x + \varepsilon\phi x| - \sigma\tau\epsilon\mu x] + c, \quad 20) \frac{\varepsilon\phi^6 x}{6} + c$$

$$21) \ln(e^x + 1) + c, \quad 22) -\text{τοξ}\sigma\upsilon\nu x - \sqrt{1-x^2} + c, \quad 23) 50\text{τοξ}\eta\mu\frac{x}{10} - \frac{x\sqrt{100-x^2}}{2} + c$$

$$24) \eta\mu x \ln|\sin x| + \ln|\tan x + \varepsilon\phi x| - \eta\mu x + c, \quad 25) -\sigma\phi x \ln|\varepsilon\phi x| - \sigma\phi x + c, \quad 26) -\frac{\eta\mu x}{x} + \sin x \ln|x| + c$$

$$27) \frac{\tau\epsilon\mu^{24} x}{24} - \frac{\tau\epsilon\mu^{22} x}{22} + c, \quad 28) \frac{\eta\mu^5 2x}{160} + c, \quad 29) -\sqrt{1-x^2} \cdot \text{τοξ}\eta\mu x + x + c$$

$$30) \ln|e^x + \eta\mu x| - x + c \quad 31) -x^3 \sin x + 3x^2 \eta\mu x + 6x \sin x - 6\eta\mu x + c$$

$$32) f(x) = \frac{e^x}{1+x^2}, \quad 33) f(x) = x + \ln(x-1), \quad 34) f(x) = \frac{\eta\mu x + 1}{x^2 + 1}$$