

1. Να λυθεί η εξίσωση

$$\text{i) } (x+1)^2 + (x-1)(x+1) = 4, \quad \text{ii) } \frac{x-2}{2x} - \frac{2}{2-x} = \frac{4}{x^2-2x}$$

$$\text{iii) } \frac{x+4}{x^2+5x+6} - \frac{x+2}{x^2+4x+4} = \frac{2}{x+2} \quad \text{iv) } 1 - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{2-x} = \frac{2x}{x^2-4}$$

2. Αν $x + \frac{1}{x} = 3$ να υπολογιστούν οι τιμές των παραστάσεων

$$A = x^2 + \frac{1}{x^2}, \quad B = x^3 + \frac{1}{x^3}, \quad \Gamma = 2x + \frac{2}{x} + \frac{3x^3 + \frac{3}{x^3} - 4}{x + \frac{1}{x} - 1}.$$

3. Να γίνουν οι πράξεις $\frac{2}{\alpha + \beta} - \frac{\alpha - 3\beta}{\alpha^2 - \beta^2}.$

4. Δίνονται τα πολυώνυμα $A = x^4 - 3x^3 - x^2 + 3x$ και

$$B = (5x^2 + 2x - 3)^2 - (x^2 - 2x - 3)^2$$

α) Να γίνουν γινόμενα

β) Να απλοποιηθεί το κλάσμα $\frac{A}{B}$

γ) Να λυθεί η εξίσωση $\frac{A}{B} = \frac{1}{3(x-1)(x+1)}.$

5. α) Να απλοποιηθεί η παράσταση: $A = \frac{3x^3 - 6x^2}{x^4 - 4x^2}$

β) Να λυθεί η εξίσωση $A = x - 1.$

6. Να απλοποιηθεί το κλάσμα $\frac{x^2 + 2xy - 3y^2}{x^3 + 3y^3 + xy(3x + y)}.$

7. α) Να γίνει γινόμενο η παράσταση $(v^2 + 3v + 1)^2 - 1$

β) Να λυθεί η εξίσωση $(x^2 + 3x + 1)^2 - 1 = 0.$

8. Να απλοποιηθεί το κλάσμα $\frac{x^2 + 2xy - 3y^2}{x^3 + 3y^3 + xy(3x + y)}.$

9. Αφού εκτελέσετε τις πράξεις να απλοποιήσετε την παράσταση

$$A = \left[\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) : \frac{x+y}{2} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right] \cdot \frac{xy}{(x+y)^2}$$