



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ, ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2010
Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ημερομηνία: 06/11/10

Ωρα εξέτασης: 10:00 – 12:00

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1

α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = \frac{\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + 1\right)^2}{\frac{2}{3} : \left(1 - \frac{1}{9}\right)}$

β) Αν $\frac{a}{\beta} = \frac{11}{5}$, να βρείτε την τιμή της παράστασης: $B = \frac{3\alpha - 5\beta}{\alpha + 5\beta}$

Λύση

$$(\alpha) A = \frac{\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + 1\right)^2}{\frac{2}{3} : \left(1 - \frac{1}{9}\right)} = \frac{\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{4}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{2}\right)^2}{\frac{2}{3} : \left(\frac{9}{9} - \frac{1}{9}\right)} = \frac{\frac{5}{4} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2}{\frac{2}{3} : \frac{8}{9}} = \frac{\frac{5}{4} \cdot \frac{9}{4}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8}} = \frac{\frac{45}{16}}{\frac{18}{24}} = \frac{45}{16} \cdot \frac{24}{18} = \frac{45 \cdot 4}{16 \cdot 3} = \frac{15}{4}$$

(β) **1^{ος} τρόπος:**

$$B = \frac{3\alpha - 5\beta}{\alpha + 5\beta} = \frac{\frac{3\alpha - 5\beta}{\beta}}{\frac{\alpha + 5\beta}{\beta}} = \frac{3\frac{\alpha}{\beta} - 5\frac{\beta}{\beta}}{\frac{\alpha}{\beta} + 5\frac{\beta}{\beta}} = \frac{3\frac{11}{5} - 5}{\frac{11}{5} + 5} = \frac{33 - 25}{11 + 25} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

2^{ος} τρόπος:

$$\frac{a}{\beta} = \frac{11}{5} \Leftrightarrow \alpha = \frac{11}{5}\beta, B = \frac{3\alpha - 5\beta}{\alpha + 5\beta} = \frac{3\frac{11}{5}\beta - 5\beta}{\frac{11}{5}\beta + 5\beta} = \frac{\frac{33\beta - 25\beta}{5}}{\frac{11\beta + 25\beta}{5}} = \frac{8\beta}{36\beta} = \frac{2}{9}$$

ΘΕΜΑ 2

Στο διπλανό ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ, τα ευθύγραμμα τμήματα ΔΕ και ΔΖ είναι ίσα. Η ΔΖ είναι διχοτόμος της γωνίας ΕΔΓ και η γωνία ΔΕΖ είναι ίση με 70°. Να βρείτε τις γωνίες ω, χ, φ και θ.

Λύση

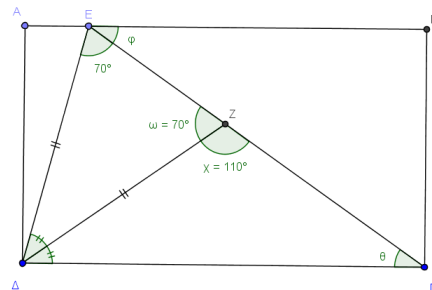
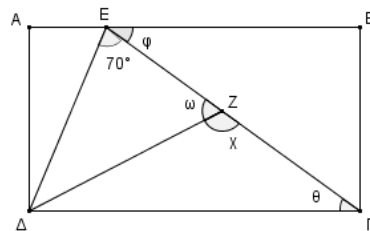
α) Αφού ΔΕ = ΔΖ τότε το τρίγωνο ΕΔΖ είναι ισοσκελές και οι γωνίες της βάσης του είναι ίσες. Συνεπάγεται $\omega = 70^\circ$

β) $x = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ $x = 110^\circ$ (οι γωνίες ω και x είναι παραπληρωματικές)

γ) $\angle \hat{E}Z\Gamma = 180^\circ - 2 \cdot 70^\circ = 40^\circ$, $\angle \hat{Z}\Delta\Gamma = \angle \hat{E}\Delta Z = 40^\circ$ (ΔΖ είναι διχοτόμος της γωνίας ΕΔΓ)

$$x + \widehat{Z\Delta\Gamma} + \theta = 180^\circ \Rightarrow 110^\circ + 40^\circ + \theta = 180^\circ \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

δ) $\varphi = \theta = 30^\circ$, άρα $\varphi = 30^\circ$ (ως εντός εναλλάξ παραλλήλων ευθειών ΑΒ και ΔΓ)



ή με άλλο τρόπο

$$\hat{A}\hat{L}E = 90^\circ - \hat{E}\hat{L}\Gamma = 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ \text{ (Γωνίες συμπληρωματικές)}$$

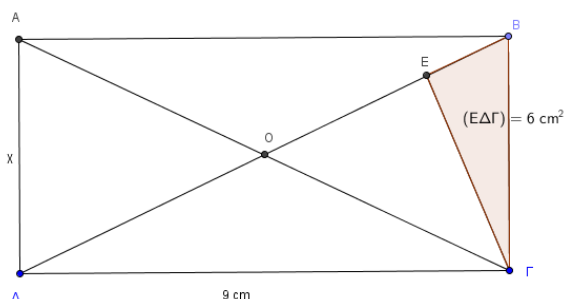
$$\hat{A}\hat{E}\Delta = 180^\circ - (90^\circ + 10^\circ) = 80^\circ$$

$$\hat{A}\hat{E}\Delta + 70^\circ + \varphi = 180^\circ \text{ (Ευθεία γωνία)} \Leftrightarrow \varphi = 180^\circ - (80^\circ + 70^\circ) = 30^\circ$$

ΘΕΜΑ 3

Στο διπλανό σχήμα το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Το ευθύγραμμο τμήμα ΟΕ είναι διπλάσιο του ΕΒ ($OE = 2EB$), το ΔΓ είναι ίσο με 9cm και το εμβαδόν του τριγώνου ΕΒΓ είναι ίσο με 6cm². Να βρείτε το μήκος της πλευράς ΑΔ.

Λύση



$$\text{Το } EB = \frac{1}{3}OB = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\Delta B\right) = \frac{1}{6}\Delta B$$

(Οι διαγώνιες του ορθογωνίου διχοτομούνται)

Το τρίγωνο ΑΔΒ έχει ίδιο ύψος και εξαπλάσια βάση από το τρίγωνο ΕΒΓ τότε το εμβαδόν του θα είναι εξαπλάσιο του τριγώνου ΕΒΓ δηλαδή είναι ίσο με 36cm².

$$E_{\Delta\Delta B} = \frac{\beta \cdot \nu}{2} \Leftrightarrow 36 = \frac{(\Delta\Gamma) \cdot 9}{2} \Leftrightarrow \Delta\Gamma = 8\text{cm}$$

$$A\Delta = \Delta\Gamma = 8\text{cm} \quad (\text{απέναντι πλευρές ορθογωνίου παραλληλογράμμου})$$

ΘΕΜΑ 4

Σε κάποιο σχολείο ένα τμήμα 20 μαθητών έχουν στα Μαθηματικά μέση βαθμολογία 15,5. Ένα άλλο τμήμα 30 μαθητών έχει στα Μαθηματικά μέση βαθμολογία 14,6.

α) Ποια είναι η μέση βαθμολογία και των 50 μαθητών μαζί;

β) Όταν έφυγε ένας μαθητής από το σχολείο, η μέση βαθμολογία στα Μαθηματικά των υπόλοιπων 49 μαθητών έγινε 15. Ποιος ήταν ο βαθμός του μαθητή που έφυγε από το σχολείο.

Λύση

α) Συνολική βαθμολογία του πρώτου τμήματος είναι $20 \cdot 15,5 = 310$

Συνολική βαθμολογία του δεύτερου τμήματος είναι $30 \cdot 14,6 = 438$

Συνολική βαθμολογία και των δύο τμημάτων είναι $310 + 438 = 748$

Μέση βαθμολογία του και των δύο τμημάτων είναι $748 : 50 = \mathbf{14,96}$

β) Συνολική βαθμολογία των 49 μαθητών αφού έφυγε ένας, είναι $49 \cdot 15 = 735$

Βαθμός του μαθητή που έφυγε είναι $748 - 735 = \mathbf{13}$