



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2011

Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ημερομηνία: 05/11/2011

Ωρα εξέτασης: 10:00 -12:00

Προτεινόμενες Λύσεις

1. α) Αν $\frac{1}{2} + \frac{5}{3} + \frac{3}{2x+1} = 2\frac{23}{30}$ να βρεθεί η τιμή του x .

Λύση

$$\frac{65}{30} + \frac{3}{2x+1} = \frac{83}{30}$$

$$\frac{3}{2x+1} = \frac{18}{30} \Leftrightarrow \frac{3}{2x+1} = \frac{18 \div 6}{30 \div 6}$$

$$\frac{3}{2x+1} = \frac{3}{5} \Rightarrow 2x+1=5 \Rightarrow x=2$$

β) Δίνεται $A = 4 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243}$ και $B = \frac{1}{3}A - 1$

Να βρείτε με τι ισούται το $A - B$

Λύση

$$B = \frac{1}{3} \left(4 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} \right) - 1 = \frac{4}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729} - 1$$

$$B = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729} - 1$$

$$B = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729}$$

$$A - B = \left(4 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} \right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729} \right) = 4 - \frac{1}{729}$$

$$= \frac{4 \cdot 729 - 1}{729} = \frac{2915}{729}$$

2. Οι αριθμοί 2011 και 753 διαιρούμενοι με το θετικό ακέραιο αριθμό x δίνουν και οι δύο υπόλοιπο 13. Ποιες είναι οι δυνατές τιμές του x .

Λύση

Οι αριθμοί γράφονται ως:

$$\begin{array}{l} 2011 = x \cdot \quad + \quad \text{και} \quad 753 = x \cdot \quad + \quad \\ 1998 = x \cdot \quad \text{και} \quad 740 = x \cdot \end{array}$$

Δηλαδή ο αριθμός x είναι κοινός διαιρέτης των αριθμών 1998 και 740

Αναλύουμε τους αριθμούς 1998 και 740 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

$$1998 = 2 \cdot 3^3 \cdot 37 \quad \text{και} \quad 740 = 2^2 \cdot 5 \cdot 37$$

$$\text{M.K.} (\quad , \quad) = \quad$$

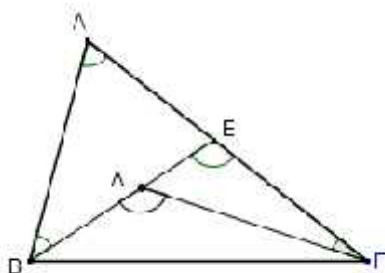
Από τους κοινούς διαιρέτες 1, 2, 37 και 74 των δύο αριθμών το x μπορεί να πάρει τιμή μεγαλύτερη από το 13.

Δηλαδή το x είναι ίσο με : 37, 74

3. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ παίρνουμε στο εσωτερικό του σημείο Δ . Να δείξετε ότι ισχύει:

$$\frac{\widehat{B}}{\widehat{B}} = \frac{\widehat{\quad}}{\widehat{\quad}} + \frac{\widehat{\quad}}{\widehat{\quad}} + \frac{\widehat{\quad}}{\widehat{\quad}}$$

Λύση



$\widehat{B} = \widehat{\quad} + \widehat{\quad}$ ως εξωτερική γωνία του τριγώνου $\Delta E\Gamma$
 $\widehat{\Delta E\Gamma} = \widehat{E\Delta B} + \widehat{E\Gamma A}$ ως εξωτερική γωνία του τριγώνου BAE

Συνεπάγεται ότι $\widehat{B} = \widehat{\quad} + \widehat{\quad} + \widehat{\quad}$

4. Υπάρχουν 3 κιβώτια με μπάλες. Κάθε κιβώτιο έχει διαφορετικό αριθμό μπαλών. Από το πρώτο κιβώτιο αφαιρούμε το 10% , το 20% από το δεύτερο και το 40% από το τρίτο κιβώτιο και παραμένει ίσος αριθμός μπαλών και στα τρία κιβώτια. Να βρείτε τον ελάχιστο αριθμό μπαλών που μπορεί να είχε στην αρχή το κάθε κιβώτιο.

Λύση:

$$\frac{90x}{100} = \frac{80y}{100} = \frac{60\omega}{100} = \kappa \quad \text{όπου } \kappa \text{ ακέραιος αριθμός}$$

$$\frac{9x}{10} = \frac{8y}{10} = \frac{6\omega}{10} = \kappa$$

$$x = 2 \cdot 5 \cdot \frac{\kappa}{9} \quad \text{και} \quad y = 2 \cdot 5 \cdot \frac{\kappa}{8} = 5 \cdot \frac{\kappa}{4} \quad \text{και} \quad \omega = 2 \cdot 5 \cdot \frac{\kappa}{6} = 5 \cdot \frac{\kappa}{3}$$

Αφού x, y, ω ακέραιοι αριθμοί τότε το κ είναι το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των 9, 4, 3

$$\kappa = \text{ΕΚΠ}(9, 4, 3) = 36$$

Τότε είναι : $x = 40$, $y = 45$, $\omega = 60$