



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ

Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ημερομηνία: 07/12/2013

Ώρα εξέτασης: 09:30 -12:30

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

1. Δίνεται ότι $A^4 = 75600 \cdot B$. Αν Α και Β είναι θετικοί ακέραιοι, να βρείτε τη μικρότερη τιμή του Β.

Λύση:

$$75600 = 2^4 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$$

$$A^4 = 2^4 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 \times B$$

$$B = 3 \times 5^2 \times 7^3 = 25725$$

2. Οι αριθμοί 203 και 298 διαιρούμενοι με το θετικό ακέραιο χ δίνουν και οι δυο υπόλοιπο 13. Ποιες είναι οι δυνατές τιμές του χ;

Λύση:

Σύμφωνα με τις υποθέσεις έχουμε:

$$203 = \chi \cdot \kappa + 13 \quad \text{και} \quad 298 = \chi \cdot \lambda + 13, \quad \text{όπου } \kappa, \lambda \text{ θετικοί ακέραιοι.}$$

$$190 = \chi \cdot \kappa \quad \text{και} \quad 285 = \chi \cdot \lambda$$

Επομένως ο χ είναι κοινός διαιρέτης των 190 και 285. Επειδή $(190, 285) = 5 \cdot 19$, οι δυνατές τιμές του χ είναι οι διαιρέτες του (190, 285), δηλαδή οι 1, 5, 19 και 95. Όμως πρέπει $\chi > 13$, οπότε τελικά θα είναι $\chi = 19$ ή $\chi = 95$.

3. Ένα γιγαντιαίο καρπούζι ζυγίζει 50 kg. Το 98% του βάρους του είναι νερό. Αφήνεται στον ήλιο με αποτέλεσμα να εξατμιστεί μια ποσότητα νερού και το καρπούζι να αποτελείται πλέον από 96% νερό. Πόσο είναι το βάρος του καρπουζιού σε kg μετά την εξάτμιση;

Λύση:

$$\text{νερό} + \text{υπόλοιπο καρπούζι} = 50 \text{ kg.}$$

$$\text{νερό} = 98\% \text{ του } 50 = 49 \text{ kg.}$$

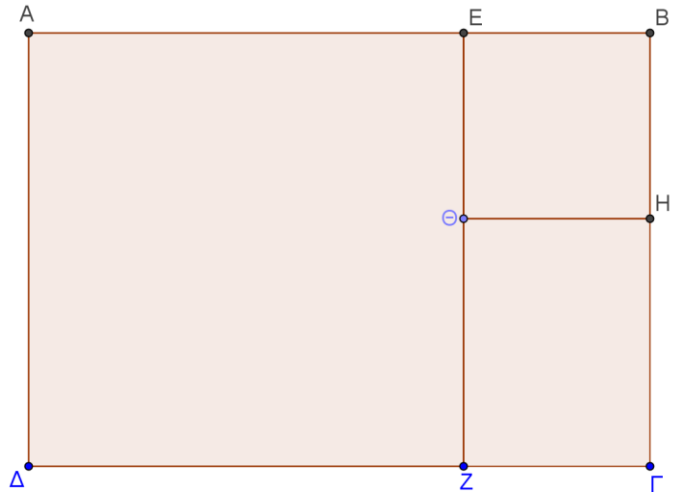
$$\text{υπόλοιπο καρπούζι} = 1 \text{ kg.}$$

$$4\% \text{ το υπόλοιπο καρπούζι αντιστοιχεί με } 1 \text{ kg.}$$

$$\text{Επομένως το νέο βάρος θα είναι } \frac{100}{4} = 25 \text{ kg}$$

4. Το ορθογώνιο ΑΒΓΔ αποτελείται

από δύο τετράγωνα ΑΕΖΔ, ΕΒΗΘ και
το ορθογώνιο ΘΗΓΖ. Αν η περίμετρος
του ΘΗΓΖ είναι ίση με τα $\frac{3}{8}$ της
περιμέτρου του ΑΒΓΔ, να υπολογίσετε
το λόγο $\frac{AB}{AD}$.



Λύση:

Θέτω $HΓ = \chi$ και $ZΓ = \psi$

Ισχύει ότι

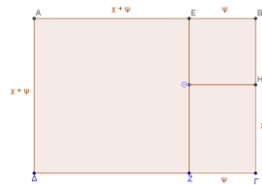
$$2(\chi + \psi) = \frac{3}{8} \cdot 2(\chi + \psi + \chi + 2\psi)$$

$$16(\chi + \psi) = 6(2\chi + 3\psi)$$

$$16\chi + 16\psi = 12\chi + 18\psi$$

$$4\chi = 2\psi$$

$$2\chi = \psi$$



επομένως $\frac{AB}{AD} = \frac{\chi + 2\psi}{\chi + \psi} = \frac{\chi + 4\chi}{2\chi + \chi} = \frac{5\chi}{3\chi} = \frac{5}{3}$