



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2019

Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ημερομηνία: 02/11/2019

Ώρα Εξέτασης: 14:00-16:00

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{6}{5} \cdot \left(\frac{2 + \frac{3}{7}}{\frac{34}{7}} \right) + \left(6 - \frac{2}{5} \right) \div \frac{7}{5}$

Προτεινόμενη Λύση

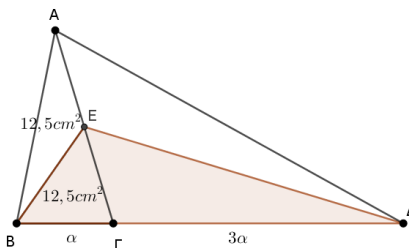
$$\begin{aligned} A &= \frac{6}{5} \cdot \left(\frac{2 + \frac{3}{7}}{\frac{34}{7}} \right) + \left(6 - \frac{2}{5} \right) \div \frac{7}{5} = \frac{6}{5} \cdot \left(\frac{\frac{14+3}{7}}{\frac{34}{7}} \right) + \left(\frac{30-2}{5} \right) \cdot \frac{5}{7} \\ &= \frac{6}{5} \cdot \left(\frac{17}{34} \right) + \left(\frac{28}{5} \right) \cdot \frac{5}{7} = \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{28}{7} = \frac{3}{5} + 4 = \frac{3+20}{5} = \frac{23}{5} \end{aligned}$$

Τότε $A = \frac{23}{5}$

Πρόβλημα 2

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με εμβαδόν 25cm^2 . Προεκτείνουμε την πλευρά $B\Gamma$ προς το Γ και παίρνουμε σημείο Δ έτσι ώστε $\Gamma\Delta = 3 \cdot B\Gamma$. Αν E είναι το μέσο της $A\Gamma$ να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $BE\Delta$.

Προτεινόμενη Λύση



Αφού το E είναι μέσον της $A\Gamma$ άρα η BE θα είναι διάμεσος του τριγώνου $AB\Gamma$ και άρα θα χωρίζει το τρίγωνο σε 2 ισεμβαδικά τρίγωνα.

Άρα $E_{BE\Gamma} = 12,5\text{cm}^2$.

Τώρα αφού η $B\Gamma = \frac{1}{4}(B\Delta)$ αυτό σημαίνει πως:

$$E_{EB\Gamma} = \frac{1}{4}E_{BE\Delta} \Rightarrow E_{BE\Delta} = 4 \cdot E_{EB\Gamma} = 50\text{cm}^2$$

Πρόβλημα 3

Ο μαθηματικός τύπος για την εύρεση του αθροίσματος για τους ν-πρώτους θετικούς ακέραιους αριθμούς είναι γνωστό πως είναι: $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$.

α) Να υπολογίσετε το άθροισμα: $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 200$.

β) Να υπολογίσετε το άθροισμα: $151 + 152 + 153 + 154 + \dots + 200$.

γ) Ένας παλιός ηλεκτρονικός υπολογιστής δεν μπορεί να υπολογίσει κάθε αριθμό που είναι πολλαπλάσιο του 3. Για παράδειγμα εάν του δώσουμε την εντολή να υπολογίσει το άθροισμα $3 + 7 + 6 + 5$ ο υπολογιστής θα μας δώσει αποτέλεσμα 12 αντί 21 που θα ήταν και το σωστό αφού δεν υπολόγισε το 3 και το 6. Να βρεθεί το αποτέλεσμα που θα μας έδινε ο υπολογιστής εάν του ζητούσαμε να υπολογίσει το άθροισμα:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 1000.$$

Προτεινόμενη Λύση

α) Χρησιμοποιώντας τον τύπο που μας έχει δοθεί

$$1 + 2 + 3 + \dots + 200 = \frac{200 \cdot 201}{2} = 100 \cdot 201 = 20100$$

β) $151 + 152 + 153 + \dots + 200 = (1 + 2 + 3 + \dots + 200) - (1 + 2 + 3 + \dots + 150) =$

$$20100 - \frac{150 \cdot 151}{2} = 20100 - 11325 = 8775$$

γ) Ο υπολογιστής, αφού έχει πρόβλημα με τα πολλαπλάσια του 3, θα υπολογίσει το άθροισμα $1 + 2 + 4 + 5 + 7 + 8 + 10 + 11 + \dots + 997 + 998 + 1000$ χωρίς να υπολογίσει το άθροισμα των 333 πολλαπλασίων του 3 δηλαδή $(3 + 6 + 9 + \dots + 999)$.

Εάν λοιπόν δεν είχε πρόβλημα θα μας έδινε :

$$1 + 2 + 4 + 5 + 7 + 8 + 10 + 11 + \dots + 997 + 998 + 1000 = \frac{1000 \cdot 1001}{2} = 500500$$

Βρίσκουμε το

$$3 + 6 + 9 + \dots + 999 = 3(1 + 2 + 3 + \dots + 333) = 3 \cdot \frac{333 \cdot 334}{2} = 166833$$

Άρα ο υπολογιστής θα μας δώσει $500500 - 166833 = 333667$

Πρόβλημα 4

Ο Μάριος έχει τρία κουτιά στα οποία τοποθετεί τα γραμματόσημά του. Τα δύο δέκατα των γραμματοσήμων του είναι στο πρώτο κουτί, μερικά έβδομα των γραμματοσήμων του βρίσκονται στο δεύτερο κουτί και στο τρίτο κουτί υπάρχουν 303 γραμματόσημα. Να βρείτε το συνολικό αριθμό των γραμματοσήμων του Μάριου.

Προτεινόμενη λύση

Υποθέτουμε πως ο Μάριος έχει x αριθμό γραμματοσήμων.

Άρα από τα δεδομένα μας προκύπτει η εξίσωση

$$\frac{2}{10}x + \frac{a}{7}x + 303 = x, \text{ όπου } a \text{ θετικός ακέραιος μικρότερος του } 6$$

$$\frac{1}{5}x + \frac{a}{7}x + 303 = x \Rightarrow 7x + 5ax + 5 \cdot 7 \cdot 303 = 35x \Rightarrow$$

$$35x - 7x - 5ax = 5 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 101$$

$$(28 - 5a)x = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 101$$

Αφού το x είναι ακέραιος αριθμός τότε το

$$(28 - 5a) \text{ διαιρεί ακριβώς το } 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 101$$

Το a μπορεί να πάρει τιμές από το $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

$$\text{Αν } a = 1 \Rightarrow 28 - 5a = 28 - 5 \cdot 1 = 23 \text{ Απορρίπτεται}$$

$$\text{Αν } a = 2 \Rightarrow 28 - 5a = 28 - 5 \cdot 2 = 18 = 6 \cdot 3 \text{ Απορρίπτεται}$$

$$\text{Αν } a = 3 \Rightarrow 28 - 5a = 28 - 5 \cdot 3 = 13 \text{ Απορρίπτεται}$$

$$\text{Αν } a = 4 \Rightarrow 28 - 5a = 28 - 5 \cdot 4 = 8 = 2 \cdot 4 \text{ Απορρίπτεται}$$

$$\text{Αν } a = 5 \Rightarrow 28 - 5a = 28 - 5 \cdot 5 = 3 \text{ Δεκτή}$$

$$3x = 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 101 \Rightarrow x = 3535 \text{ γραμματόσημο}$$