

Οι μαθητές μπορούν να διαβάσουν από το σχολικό εγχειρίδιο τη θεωρία και να λύσουν όλα τα παραδείγματα και δραστηριότητες της ενότητας 9, Γεωμετρία II (Β' Τεύχος σελ. 121-148).

Οι ασκήσεις που ακολουθούν είναι για εμπέδωση του κεφαλαίου Γεωμετρία II.

Επιπρόσθετα, δίνονται συνοπτικά κάποια από τα κύρια σημεία του κεφαλαίου. Το σχολικό εγχειρίδιο βρίσκεται και αναρτημένο στο διαδίκτυο στην ιστοσελίδα:

[http://archeia.moec.gov.cy/sm/264/a\\_gym\\_mathimatika\\_2.pdf](http://archeia.moec.gov.cy/sm/264/a_gym_mathimatika_2.pdf)

Το κεφάλαιο Γεωμετρία II περιλαμβάνει:

- Παράλληλες Ευθείες που τέμνονται από μια άλλη Ευθεία
- Κύρια Στοιχεία Τριγώνου – Σχέσεις Γωνιών Τριγώνου
- Δευτερεύοντα Στοιχεία Τριγώνου

### Παράλληλες Ευθείες που τέμνονται από μια άλλη Ευθεία

Σελ. 121-127

Αν  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  είναι δύο **παράλληλες** ευθείες οι οποίες τέμνονται από μια τρίτη ευθεία  $\varepsilon_3$ , τότε:

- οι «εντός εναλλάξ» γωνίες είναι ίσες,
- οι «εντός και επί τα αυτά» γωνίες είναι παραπληρωματικές,
- οι «εντός εκτός και επί τα αυτά» γωνίες είναι ίσες.

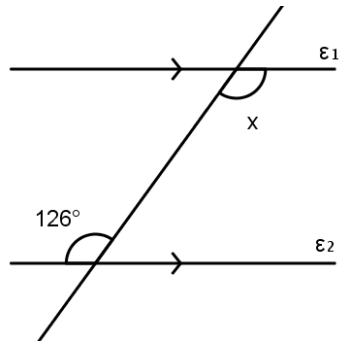
Αντίστροφα, όταν δύο ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  τέμνονται από τρίτη ευθεία και

- οι «εντός εναλλάξ» γωνίες είναι ίσες,
- οι «εντός και επί τα αυτά» γωνίες είναι παραπληρωματικές,
- οι «εντός εκτός και επί τα αυτά» γωνίες είναι ίσες,

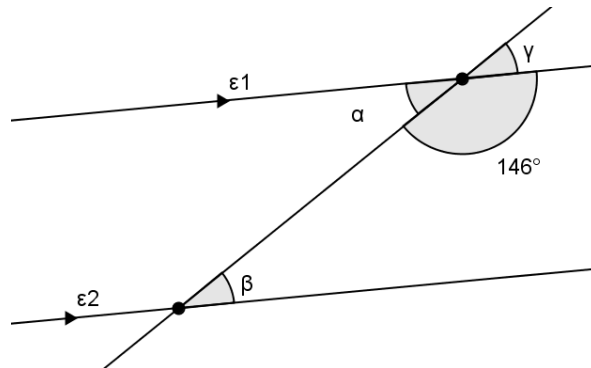
τότε οι ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  είναι παράλληλες.

1. Να υπολογίσετε τις γωνίες που ονομάζονται με μικρά γράμματα, αν  $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$ .  
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

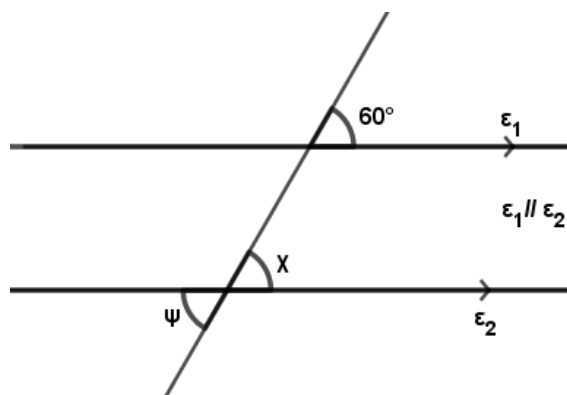
α)



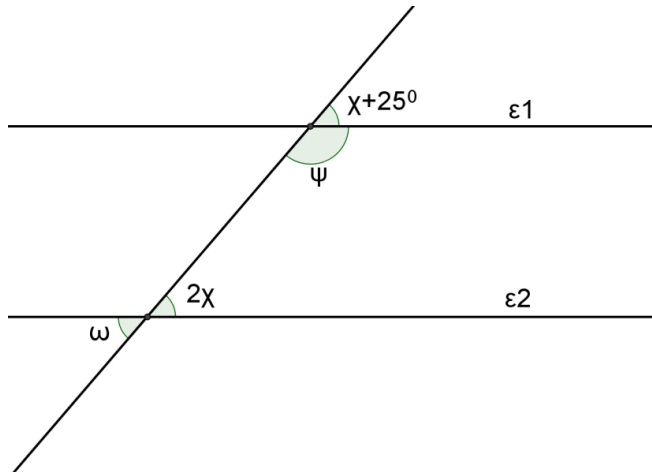
β)



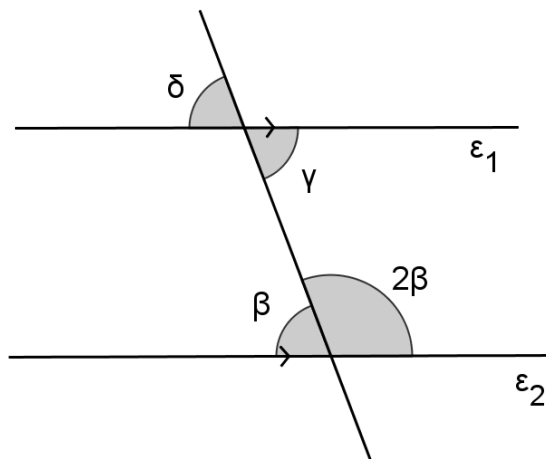
γ)



2. Στο πιο κάτω σχήμα  $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$ . Να υπολογίσετε την τιμή του  $\chi$  και τις γωνίες  $\psi$  και  $\omega$ .  
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



3. Στο πιο κάτω σχήμα οι ευθείες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  είναι παράλληλες. Να υπολογίσετε τις γωνίες  $\beta$ ,  $\gamma$  και  $\delta$ . Να δικαιολογήτε τις απαντήσεις σας.



**Τρίγωνο** είναι το πολύγωνο που έχει τρεις πλευρές.

**Κύρια Στοιχεία** ενός τριγώνου είναι οι τρεις πλευρές και οι τρεις γωνίες του.

**Είδη τριγώνων με βάση τις γωνίες τους**

- **Ορθογώνιο** είναι το τρίγωνο που έχει μια ορθή γωνία
- **Αμβλυγώνιο** είναι το τρίγωνο που έχει μία αμβλεία γωνία
- **Οξυγώνιο** είναι το τρίγωνο που έχει όλες τις γωνίες του οξείες

**Είδη τριγώνων με βάση τις πλευρές τους**

- **Σκαληνό** είναι το τρίγωνο που έχει τις πλευρές του άνισες
- **Ισοσκελές** είναι το τρίγωνο που έχει δύο πλευρές ίσες
- **Ισόπλευρο** είναι το τρίγωνο που έχει και τις τρεις πλευρές ίσες

**Ιδιότητα ισοσκελούς τριγώνου**

Οι παρά τη βάση γωνίες ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες.

**Ιδιότητα ισόπλευρου τριγώνου**

Όλες οι γωνίες είναι ίσες μεταξύ τους.

**Άθροισμα γωνιών ενός τριγώνου**

Σε κάθε τρίγωνο το άθροισμα των γωνιών του είναι ίσο με  $180^\circ$ .

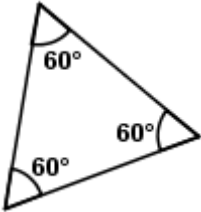
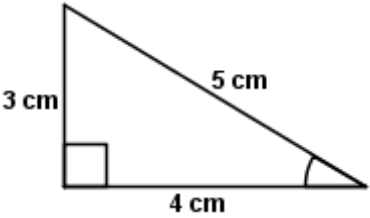
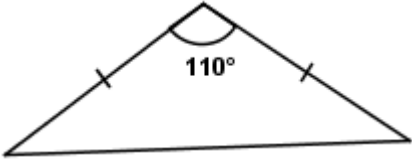
**Εξωτερική γωνία τριγώνου** ονομάζεται η γωνία που σχηματίζεται από τη μια πλευρά του τριγώνου και την προέκταση της άλλης.

Κάθε εξωτερική γωνία ενός τριγώνου είναι ίση με το άθροισμα των δύο απέναντι εσωτερικών γωνιών.

**Άθροισμα γωνιών τετραπλεύρου**

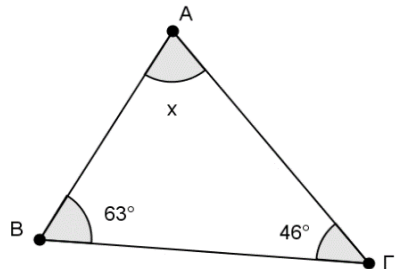
Το άθροισμα των γωνιών ενός τετραπλεύρου είναι  $360^\circ$ .

1. Να συμπληρώσετε τον πίνακα, βάζοντας  $\checkmark$  στο ορθό.

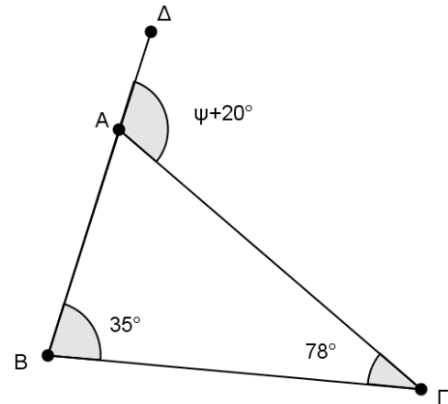
| α/α | ΤΡΙΓΩΝΟ                                                                            | ΟΝΟΜΑΣΙΑ<br>ΩΣ ΠΡΟΣ ΓΩΝΙΕΣ                                                                                     | ΟΝΟΜΑΣΙΑ<br>ΩΣ ΠΡΟΣ ΠΛΕΥΡΕΣ                                                                                  |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| I   |   | <input type="checkbox"/> Οξυγώνιο<br><input type="checkbox"/> Αμβλυγώνιο<br><input type="checkbox"/> Ορθογώνιο | <input type="checkbox"/> Σκαληνό<br><input type="checkbox"/> Ισοσκελές<br><input type="checkbox"/> Ισόπλευρο |
| II  |   | <input type="checkbox"/> Οξυγώνιο<br><input type="checkbox"/> Αμβλυγώνιο<br><input type="checkbox"/> Ορθογώνιο | <input type="checkbox"/> Σκαληνό<br><input type="checkbox"/> Ισοσκελές<br><input type="checkbox"/> Ισόπλευρο |
| III |  | <input type="checkbox"/> Οξυγώνιο<br><input type="checkbox"/> Αμβλυγώνιο<br><input type="checkbox"/> Ορθογώνιο | <input type="checkbox"/> Σκαληνό<br><input type="checkbox"/> Ισοσκελές<br><input type="checkbox"/> Ισόπλευρο |

2. Να υπολογίσετε τις τιμές των  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\omega$ ,  $\chi$  και  $\psi$  με βάση τα πιο κάτω σχήματα. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

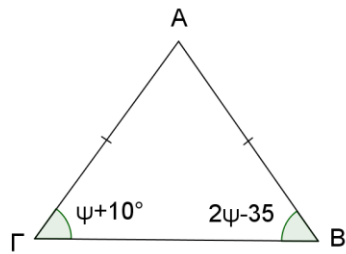
α)



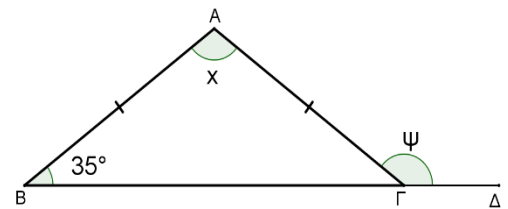
β)



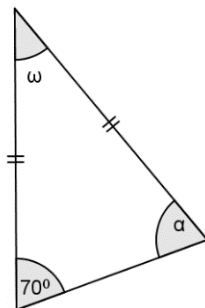
γ)



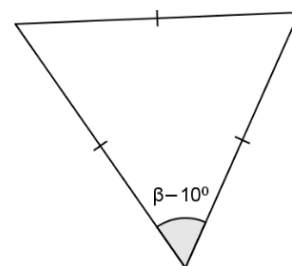
δ)



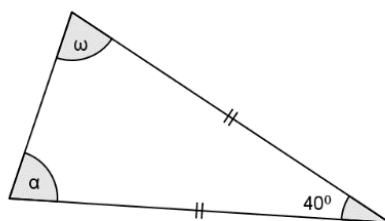
ε)



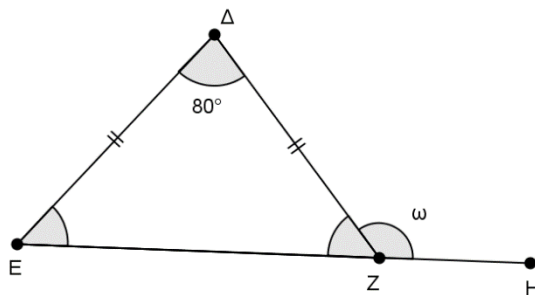
στ)



ζ)

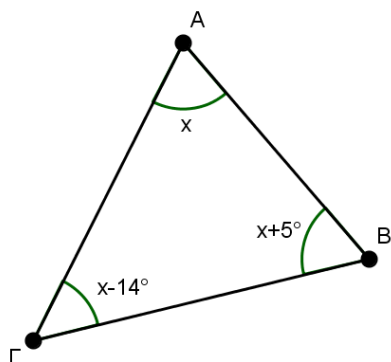


3. Να υπολογίσετε τις γωνίες του πιο κάτω τριγώνου καθώς και τη γωνία  $\omega$ . Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

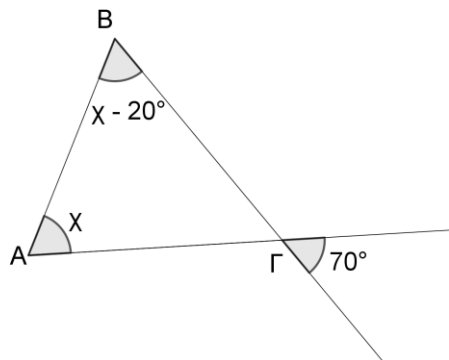


4. Να υπολογίσετε τις γωνίες του πιο κάτω τριγώνου  $\triangle AB\Gamma$  με την βοήθεια εξίσωσης:

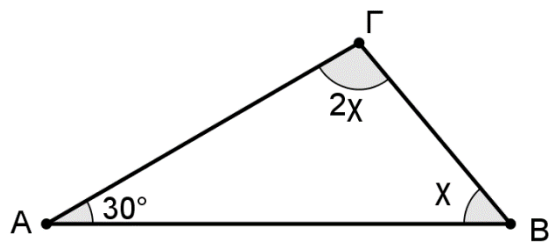
α)



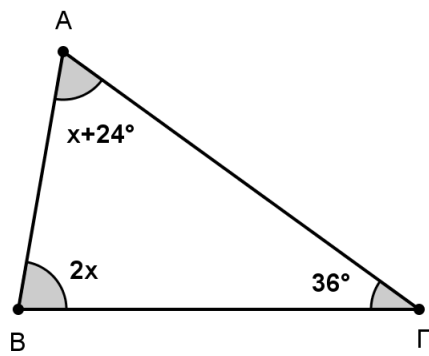
β)



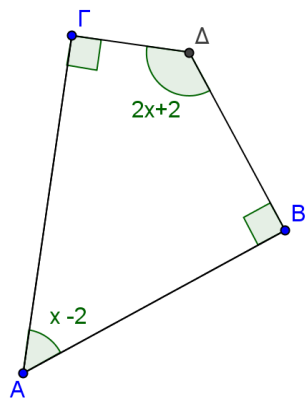
γ)



δ)



5. Να υπολογίσετε την τιμή του  $x$  στο πιο κάτω τετράπλευρο.





**Διάμεσος** τριγώνου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει μια κορυφή ενός τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς.

**Κέντρο βάρους** ή **Βαρύκεντρο** ενός τριγώνου είναι το σημείο τομής των διαμέσων του.

**Ύψος** τριγώνου ονομάζεται το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα που φέρεται από μια κορυφή του τριγώνου προς την ευθεία που περιέχει την απέναντι πλευρά του.

**Ορθόκεντρο** είναι το σημείο τομής των υψών του τριγώνου.

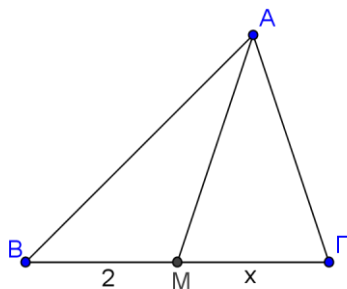
**Διχοτόμος** τριγώνου ονομάζεται το ευθύγραμμο τμήμα που διχοτομεί μια γωνία του τριγώνου, ξεκινά από μια κορυφή του και καταλήγει στην απέναντι πλευρά.

**Έγκεντρο** είναι το σημείο τομής των διχοτόμων ενός τριγώνου.

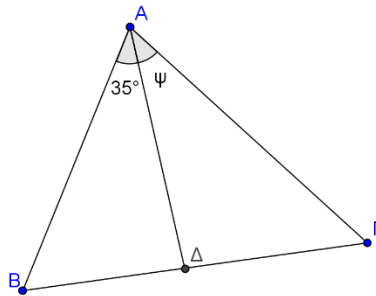
### Ιδιότητα ισοσκελούς τριγώνου

Σε ισοσκελές τρίγωνο το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση είναι και διχοτόμος και διάμεσος.

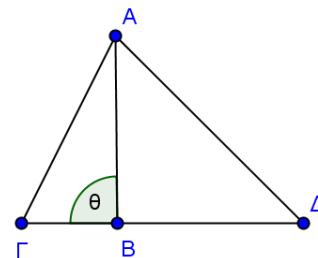
1. Να υπολογίσετε τις τιμές των  $x$ ,  $\psi$  και  $\theta$ .



AM διάμεσος

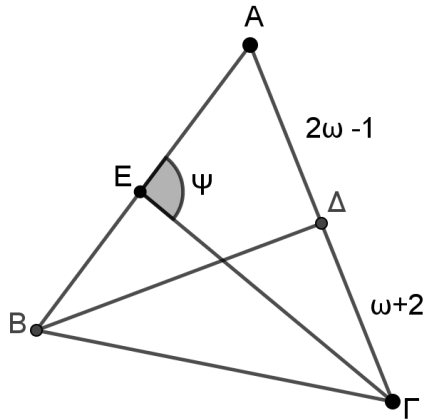


AD διχοτόμος

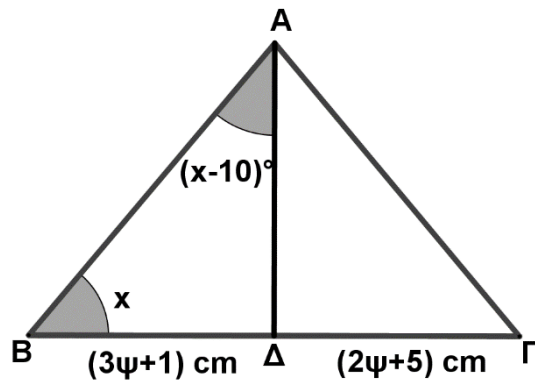


AB ύψος

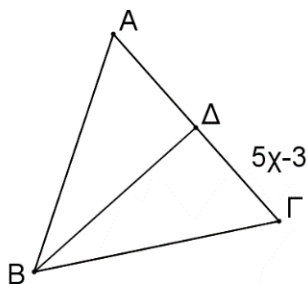
2. Αν ΓΕ είναι ύψος και ΒΔ είναι διάμεσος του τριγώνου ΑΒΓ, να υπολογίσετε τις τιμές των  $\omega$  και  $\psi$ .



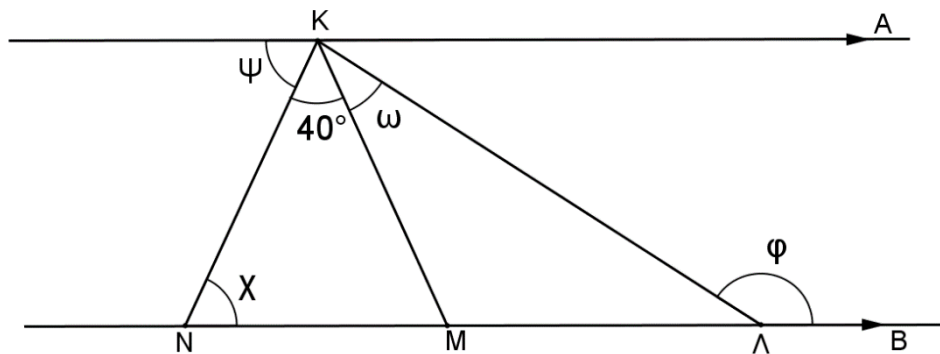
3. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB = A\Gamma$  και  $AD$  διάμεσος του τριγώνου. Αν  $\widehat{AB\Gamma} = x^\circ$  και  $\widehat{B\hat{A}D} = (x - 10)^\circ$ , να υπολογίσετε τις τιμές των  $x$  και  $\psi$ , δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



4. Το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοπλευρο, το  $B\Delta$  είναι το ύψος του τριγώνου  $AB\Gamma$  και  $\Delta\Gamma=5\chi-3$ .  
 Να γράψετε, στην πιο απλή μορφή, την αλγεβρική παράσταση που εκφράζει την  
 περίμετρο του τριγώνου  $AB\Gamma$ .  
 Αν η περίμετρος του τριγώνου είναι  $12\text{cm}$ , να υπολογίσετε την τιμή του  $\chi$ .  
 Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



5. Στο πιο κάτω σχήμα  $KA \parallel NB$ ,  $KL$  διχοτόμος της  $\hat{AKM}$ ,  $KM=KN$  και  $\hat{NKM} = 40^\circ$ .  
 α) Να υπολογίσετε τις γωνίες  $\chi$ ,  $\psi$ ,  $\omega$  και  $\phi$ .  
 β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου  $MKL$  ως προς τις πλευρές και ως προς τις γωνίες  
 του. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



6. Στο πιο κάτω σχήμα  $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$  και η  $\Gamma\Delta$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $\widehat{A\Gamma B}$ . Να υπολογίσετε τις γωνίες  $\phi, \chi, \psi, \theta, \omega$  και να βρείτε το είδος του τριγώνου  $\triangle AB\Gamma$  ως προς τις πλευρές του και ως προς τις γωνίες του. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

