



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΓΚΥΠΡΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ

Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

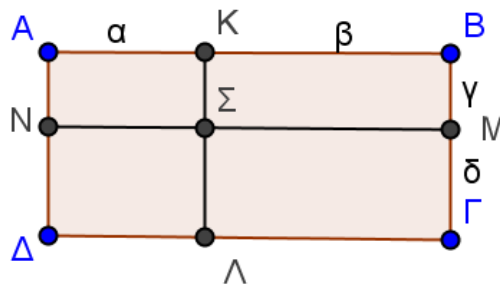
Ημερομηνία: 18/12/2010

Ωρα εξέτασης: 09:30 -12:30

Προτεινόμενες λύσεις

1. Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ διαιρείται σε τέσσερα μικρότερα ορθογώνια παραλληλόγραμμα με δυο ευθείες παράλληλες προς τις πλευρές του. Τα τρία απ' αυτά τα τέσσερα ορθογώνια έχουν εμβαδά 10, 18, 25 cm² αντίστοιχα. Να βρεθεί το εμβαδόν του τέταρτου ορθογωνίου.

Λύση:



$$E_{AKSN} = 10 \text{ cm}^2 \Rightarrow \alpha \cdot \gamma = 10 \quad (1)$$

$$E_{KBMS} = 18 \text{ cm}^2 \Rightarrow \beta \cdot \gamma = 18 \quad (2)$$

$$E_{NΣΛΔ} = 25 \text{ cm}^2 \Rightarrow \alpha \cdot \delta = 25 \quad (3)$$

$$\text{Από τις (1) και (2) παίρνουμε } \frac{\alpha \cdot \gamma}{\beta \cdot \gamma} = \frac{10}{18} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta} = \frac{5}{9} \Rightarrow \alpha = \frac{5}{9} \beta$$

$$\text{Αντικαθιστούμε στη (3)} \quad \frac{5}{9} \beta \cdot \delta = 25 \Rightarrow \beta \cdot \delta = 45 \Rightarrow$$

$$E_{ΣΜΓΛ} = 45 \text{ cm}^2$$

$$E_{ABΓΔ} = E_{AKSN} + E_{KBMS} + E_{NΣΛΔ} + E_{ΣΜΓΛ} = 10 + 18 + 25 + 45 = 98 \text{ cm}^2$$

2. Ένας πολιτικός μηχανικός και ο βοηθός του ανέλαβαν τη μελέτη ενός έργου από το οποίο εισέπραξαν 24912 ευρώ. Ο πολιτικός μηχανικός θα απασχοληθεί για 42 μέρες και ο βοηθός του για 45 μέρες. Η ημερήσια αμοιβή του πολιτικού μηχανικού είναι κατά 40% μεγαλύτερη της ημερήσιας αμοιβής του βοηθός του. Πόσα χρήματα θα εισπράξει ο καθένας στο τέλος της μελέτης;

Λύση:

Η αμοιβή του πολιτικού μηχανικού είναι ίση με το $\frac{100}{100} + \frac{40}{100} = \frac{140}{100}$ τις εκατό

της αμοιβής του βοηθού του, οπότε τα 42 ημερομίσθια του πολιτικού

μηχανικού ισοδυναμούν με $42 \cdot \frac{140}{100} = \frac{588}{10}$ ημερομίσθια του βοηθού του.

Ο βοηθός παίρνει 45 ημερομίσθια και οι δυο μαζί παίρνουν $\frac{588}{10} + 45 = \frac{1038}{10}$

ημερομίσθια.

Το ημερομίσθιο του βοηθού είναι $24912 \div \frac{1038}{10} = 240 \text{ €}$ και του πολιτικού

μηχανικού είναι $240 \cdot \frac{140}{100} = 336 \text{ €}$.

Άρα ο πολιτικός μηχανικός θα πάρει συνολικά $336 \cdot 42 = 14112 \text{ €}$ και ο

βοηθός του θα πάρει $240 \cdot 45 = 10800 \text{ €}$.

3. Να υπολογίσετε τη τιμή της παράστασης:

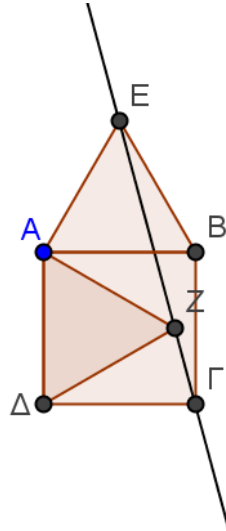
$$A = 2^{2010} - (2^{2009} + 2^{2008} + \dots + 2^2 + 2)$$

Λύση:

$$\begin{aligned} 2^{2010} - (2^{2009} + 2^{2008} + \dots + 2^2 + 2) &= \\ &= 2^{2010} - 2^{2009} - (2^{2008} + \dots + 2^2 + 2) = \\ &= 2 \cdot 2^{2009} - 2^{2009} - (2^{2008} + \dots + 2^2 + 2) = \\ &= 2^{2009} - (2^{2008} + \dots + 2^2 + 2) = &= \\ &= 2 \cdot 2^{2008} - 2^{2008} - (2^{2007} + \dots + 2^2 + 2) = \\ &= 2^{2008} - (2^{2007} + \dots + 2^2 + 2) = \dots = 2^2 - 2 = 2 \end{aligned}$$

- 4 Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ. Κατασκευάζουμε το ισόπλευρο τρίγωνο ΑΕΒ έξω από το τετράγωνο και το ισόπλευρο τρίγωνο ΑΖΔ μέσα στο τετράγωνο. Να αποδείξετε ότι το σημείο Ζ βρίσκεται πάνω στην ευθεία ΕΓ.

Λύση:



Το τρίγωνο ΑΕΖ είναι ισοσκελές (ΑΕ=ΑΖ)

$$\widehat{B A Z} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\widehat{E A Z} = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$$

$$\text{Άρα } \widehat{E Z A} = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$$

Το τρίγωνο ΔΖΓ είναι ισοσκελές (ΔΖ=ΔΓ)

$$\widehat{Z A \Gamma} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\widehat{\Delta Z \Gamma} = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$$

$$\widehat{E Z \Gamma} = \widehat{\Delta Z A} + \widehat{\Delta Z \Gamma} + \widehat{E Z A} = 45^\circ + 60^\circ + 75^\circ = 180^\circ (\text{ευθεία γωνία})$$

Άρα τα σημεία Ε, Ζ, Γ είναι συνευθειακά. Άρα το σημείο Ζ βρίσκεται στην ευθεία ΕΓ.