



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2011

Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ημερομηνία: 05/11/2011

Ωρα εξέτασης: 10:00 -12:00

Προτεινόμενες Λύσεις

1. α) Αν $\frac{1}{2} + \frac{5}{3} + \frac{3}{2x+1} = 2\frac{23}{30}$ να βρεθεί η τιμή του x .

Λύση

$$\frac{65}{30} + \frac{3}{2x+1} = \frac{83}{30}$$

$$\frac{3}{2x+1} = \frac{18}{30} \Leftrightarrow \frac{3}{2x+1} = \frac{18 \div 6}{30 \div 6}$$

$$\frac{3}{2x+1} = \frac{3}{5} \Rightarrow 2x+1=5 \Rightarrow x=2$$

β) Δίνεται $A = 4 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243}$ και $B = \frac{1}{3}A - 1$

Να βρείτε με τι ισούται το $A - B$

Να βρείτε με τι ισούται το $A - B$

Λύση

$$B = \frac{1}{3} \left(4 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} \right) - 1 = \frac{4}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729} - 1$$

$$B = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729} - 1$$

$$B = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729}$$

$$A - B = \left(4 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} \right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243} + \frac{1}{729} \right) = 4 - \frac{1}{729}$$

$$= \frac{4 \cdot 729 - 1}{729} = \frac{2915}{729}$$

2. Οι αριθμοί 2011 και 753 διαιρούμενοι με το θετικό ακέραιο αριθμό x δίνουν και οι δύο υπόλοιπο 13. Ποιες είναι οι δυνατές τιμές του x .

Λύση

Οι αριθμοί γράφονται ως:

$$\begin{array}{lcl} 2011 = x \cdot \quad + \quad & \text{και} & 753 = x \cdot \quad + \quad \\ 1998 = x \cdot \quad & \text{και} & 740 = x \cdot \quad \end{array}$$

Δηλαδή ο αριθμός x είναι κοινός διαιρέτης των αριθμών 1998 και 740

Αναλύουμε τους αριθμούς 1998 και 740 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

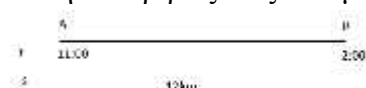
$$1998 = 2 \cdot 3^3 \cdot 37 \quad \text{και} \quad 740 = 2^2 \cdot 5 \cdot 37$$

Μ.Κ. (,) = .

Από τους κοινούς διαιρέτες 1, 2, 37 και 74 των δύο αριθμών το x μπορεί να πάρει τιμή μεγαλύτερη από το 13.

Δηλαδή το x είναι ίσο με : 37, 74

3. Μια ομάδα οδοιπόρων ξεκινά στις 11:00π.μ. από την πόλη Α και πρέπει να φτάσει στην πόλη Τ, που απέχει από την πόλη Α 12km, ακριβώς στις 2:00μ.μ. Περπατώντας με ταχύτητα 3km/h φτάνουν στην ενδιάμεση πόλη Β στις 12:45μ.μ. Κατά πόσο ποσοστό πρέπει να μεταβληθεί η ταχύτητα της ομάδας για να φτάσει στην πόλη Τ ακριβώς στις 2:00μ.μ.



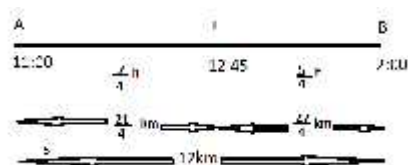
Περπατούν από τις 11:00 μέχρι της 12:45 δηλαδή για 1:45 ή για $\frac{7}{4}$ της ώρας

Ταχύτητα 3 km/h

Απόσταση ΑΓ, μέχρι 12:45 είναι $3 \cdot \frac{7}{4} = \frac{21}{4} \text{ km}$

Συνολική απόσταση 12km άρα το υπόλοιπο ΒΓ = $12 - \frac{21}{4} = \frac{27}{4} \text{ km}$

Συνολικός χρόνος 3h άρα το υπόλοιπο του χρόνου $3 - \frac{7}{4} = \frac{5}{4} \text{ h}$

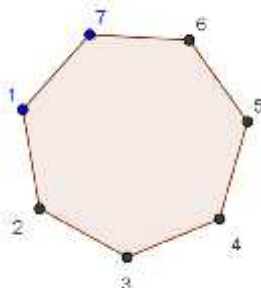


Νέα ταχύτητα $\frac{27}{4} \div \frac{5}{4} = \frac{27}{5} = 5,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Αύξηση 2,4 km/h

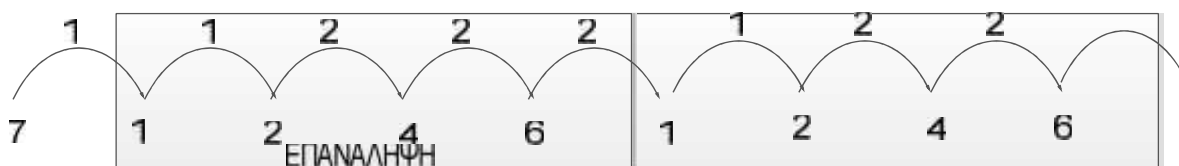
Το 2,4 είναι το 80% του 3 άρα η ταχύτητα αυξάνεται κατά 80% της αρχικής.

4. Ένα βατραχάκι κινείται με σταθερή φορά πάνω στις κορυφές του επταγώνου. Αν βρίσκεται σε κορυφή με περιττό αριθμό τότε πηδά και μετακινείται κατά μία κορυφή ενώ αν βρίσκεται σε κορυφή με ζυγό αριθμό τότε πηδά και μετακινείται κατά δύο κορυφές. Αν ξεκινήσει από την κορυφή 7, να βρείτε όλες τις πιθανές κορυφές στις οποίες μπορεί να βρεθεί μετά από 2011 πηδήματα.



Περίπτωση 1^η

Κίνηση με φορά αντίθετη του ρολογιού:



Παρατηρούμε ότι κάθε 4 πηδήματα επαναλαμβάνετε η διαδικασία

$$2011 \div 4 = 502 \frac{3}{4}$$

Άρα θα γίνουν 502 επαναλήψεις και θα υπολείπονται 3 πηδήματα.

$7 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4$

Άρα θα φτάσει στην θέση 4

Περίπτωση 2^η : φορά ρολογιού

Με τον ίδιο τρόπο θα υπολείπονται 3 πηδήματα

$7 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 2$

Άρα θα φτάσει στην θέση 2