



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ

Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ημερομηνία: 07/12/2013

Ώρα εξέτασης: 09:30 -12:30

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

1. Ένα γιγαντιαίο καρπούζι ζυγίζει 50 kg. Το 98% του βάρους του είναι νερό. Αφήνεται στον ήλιο με αποτέλεσμα να εξατμιστεί μια ποσότητα νερού και το καρπούζι να αποτελείται πλέον από 96% νερό. Πόσο είναι το βάρος του καρπουζιού σε kg μετά την εξάτμιση;

Λύση:

$$\text{νερό} + \text{υπόλοιπο καρπούζι} = 50\text{kg.}$$

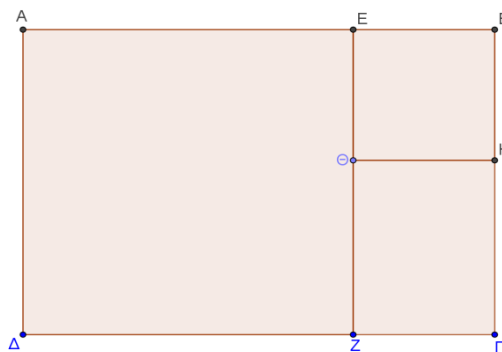
$$\text{νερό} = 98\% \text{ του } 50 = 49 \text{ kg.}$$

$$\text{υπόλοιπο καρπούζι} = 1 \text{ kg.}$$

$$4\% \text{ το υπόλοιπο καρπούζι αντιστοιχεί με } 1 \text{ kg.}$$

$$\text{Επομένως το νέο βάρος θα είναι } \frac{100}{4} = 25\text{kg}$$

2. Το ορθογώνιο ΑΒΓΔ αποτελείται από δύο τετράγωνα ΑΕΖΔ, ΕΒΗΘ και το ορθογώνιο ΘΗΓΖ. Αν η περίμετρος του ΘΗΓΖ είναι ίση με τα $\frac{3}{8}$ της περιμέτρου του ΑΒΓΔ, να υπολογίσετε το λόγο $\frac{AB}{AD}$.



Λύση:

Θέτω $HΓ=\chi$ και $ZΓ=\psi$

Ισχύει ότι

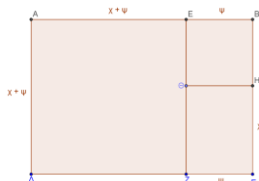
$$2(\chi + \psi) = \frac{3}{8} \cdot 2(\chi + \psi + \chi + 2\psi)$$

$$16(\chi + \psi) = 6(2\chi + 3\psi)$$

$$16\chi + 16\psi = 12\chi + 18\psi$$

$$4\chi = 2\psi$$

$$2\chi = \psi$$



$$\text{επομένως } \frac{AB}{AD} = \frac{\chi+2\psi}{\chi+\psi} = \frac{\chi+4\chi}{2\chi+\chi} = \frac{5\chi}{3\chi} = \frac{5}{3}$$

3. Ο Ανδρέας αρχίζει να διαβάζει ένα βιβλίο την 1^η Δεκεμβρίου. Κάθε μέρα διαβάζει τον ίδιο αριθμό σελίδων και το τελειώνει την 31^η Δεκεμβρίου του ίδιου χρόνου.
Αν αποφάσιζε να διάβαζε την πρώτη μέρα το $\frac{1}{4}$ των σελίδων που διάβαζε και κάθε μέρα που ακολουθούσε διάβαζε μια σελίδα περισσότερη από την προηγούμενη μέρα θα χρειαζόταν ακριβώς τον ίδιο αριθμό ημερών για να τελειώσει το βιβλίο.
Πόσες σελίδες έχει το βιβλίο;

Λύση:

Έστω ότι ο Ανδρέας διαβάζει χ σελίδες την ημέρα τότε το βιβλίο έχει 31χ σελίδες.

$$31\chi = \frac{1}{4}\chi + \left(\frac{1}{4}\chi + 1\right) + \left(\frac{1}{4}\chi + 2\right) + \left(\frac{1}{4}\chi + 3\right) + \dots + \left(\frac{1}{4}\chi + 30\right) =$$

$$\text{Τότε } 31\chi = \frac{31}{4}\chi + (1 + 2 + 3 + \dots + 30) = \frac{31}{4}\chi + \frac{30 \times 31}{2}$$

$$\chi = 20$$

Το βιβλίο έχει 620 σελίδες.

4. Να διατάξετε σε αύξουσα σειρά τους αριθμούς:

$$A=3+\sqrt{3}+\sqrt{10}, \quad B=5+\sqrt{12}, \quad \Gamma=\sqrt{78}, \quad \Delta=3+\sqrt{27}, \quad E=\sqrt{48}+\sqrt{3}$$

Λύση

$$3 + \sqrt{3} + \sqrt{10} < 3 + \sqrt{3} + \sqrt{12} = 3 + \sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 3 + 3\sqrt{3} = 3 + \sqrt{27} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} 3 + \sqrt{27} &= 3 + 3\sqrt{3} = 3 + \sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3} < 3 + \sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{4} = 3 + \sqrt{3} + \sqrt{3} + 2 \\ &= 5 + 2\sqrt{3} = 5 + \sqrt{12} \end{aligned} \quad (2)$$

$$5 + \sqrt{12} = \sqrt{25} + \sqrt{12} < \sqrt{27} + \sqrt{12} = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} + \sqrt{3} = \sqrt{48} + \sqrt{3} \quad (3)$$

$$\sqrt{48} + \sqrt{3} = 4\sqrt{3} + \sqrt{3} = 5\sqrt{3} = \sqrt{75} < \sqrt{78} \quad (4)$$

$$(1), (2), (3), (4) \Rightarrow 3 + \sqrt{3} + \sqrt{10} < 3 + \sqrt{27} < 5 + \sqrt{12} < \sqrt{48} + \sqrt{3} < \sqrt{78}$$

$$\Delta\eta\lambda. \quad A < \Delta < B < E < \Gamma$$