



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2013

Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ημερομηνία: 02/11/2013

Ώρα εξέτασης: 10:00 -12:00

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι)
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

- 1) Σε μια αίθουσα τα $\frac{2}{5}$ όλων των ατόμων φοράνε γάντια και τα $\frac{3}{4}$ των ατόμων φοράνε καπέλο. Ποιος είναι ο ελάχιστος δυνατός αριθμός ατόμων που φοράνε γάντια και καπέλο;

Λύση

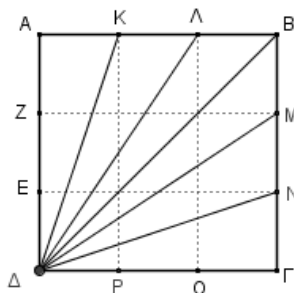
Ο ελάχιστος αριθμός ατόμων είναι $ΕΚΠ(4,5)=20$. Άρα έχουμε

$$\frac{2}{5} \cdot 20 = 8 \text{ άτομα φοράνε γάντια}$$

$$\frac{3}{4} \cdot 20 = 15 \text{ άτομα φοράνε καπέλο}$$

Επομένως στην ομάδα των 20 ατόμων, 8 φοράνε γάντια και 15 φοράνε καπέλο, σημαίνει ότι τουλάχιστον $15 + 8 - 20 = 3$ άτομα φοράνε και γάντια και καπέλο.

- 2) Το τετράγωνο ΑΒΓΔ έχει χωριστεί σε 9 ίσα τετράγωνα όπως φαίνεται στο σχήμα. Να βρείτε το άθροισμα των γωνιών $\Delta\hat{K}P + \Delta\hat{\Lambda}O + \Delta\hat{B}G + \Delta\hat{M}G + \Delta\hat{N}G$



Λύση

Οι γωνίες $\Delta\hat{K}P$ και $\Delta\hat{N}G$ εύκολα μπορούμε να δούμε ότι είναι συμπληρωματικές.

Το ίδιο ισχύει και για τις γωνίες $\Delta\hat{L}O$ και $\Delta\hat{M}G$.

Επίσης παρατηρούμε ότι η γωνία $\Delta\hat{B}G = 45^\circ$.

Επομένως μπορούμε να υπολογίσουμε το ζητούμενο άθροισμα

$$\begin{aligned}\Delta\hat{K}P + \Delta\hat{L}O + \Delta\hat{B}G + \Delta\hat{M}G + \Delta\hat{N}G &= (\Delta\hat{K}P + \Delta\hat{N}G) + (\Delta\hat{L}O + \Delta\hat{M}G) + \Delta\hat{B}G \\ &= 90^\circ + 90^\circ + 45^\circ = 225^\circ\end{aligned}$$

- 3) Να βρείτε όλους τους διψήφιους αριθμούς $\overline{ab}$, ώστε ο αριθμός $\overline{ab} + \overline{ba}$ να είναι δύναμη φυσικού αριθμού.

Λύση

$$\overline{ab} = 10a + b \quad \text{και} \quad \overline{ba} = 10b + a$$

$$\text{Επομένως έχουμε} \quad \overline{ab} + \overline{ba} = 10a + b + 10b + a = 11(a + b)$$

Αφού οι αριθμοί a και b είναι ψηφία, τότε δε μπορούν να είναι μεγαλύτεροι του 9, επομένως ο αριθμός $11(a + b)$ μπορεί να γραφτεί ως δύναμη μόνο αν $a + b = 11$, δηλαδή να έχουν άθροισμα ψηφίων 11.

Συνεπώς οι διψήφιοι που έχουν αυτή την ιδιότητα είναι:

29, 38, 47, 56, 65, 74, 83, 92.

- 4) Ένα καλάθι περιέχει σοκολάτες. Η Μαρία παίρνει το $\frac{1}{2}$ από τις σοκολάτες του καλάθιού και τοποθετεί 15 από τις σοκολάτες που πήρε πίσω στο καλάθι. Στη συνέχεια παίρνει ο Αντρέας το $\frac{1}{2}$ από όσες υπάρχουν στο καλάθι και τοποθετεί πίσω στο καλάθι 10 σοκολάτες από αυτές που πήρε. Αν η Μαρία και ο Αντρέας έχουν τον ίδιο αριθμό σοκολατών, πόσες σοκολάτες έμειναν στο καλάθι;

Λύση

Η Μαρία παίρνει $\frac{x}{2} - 15$ και μένουν στο καλάθι $\frac{x}{2} + 15$.

$$\text{Ο Αντρέας παίρνει} \quad \frac{1}{2} \left(\frac{x}{2} + 15 \right) - 10 = \frac{x}{4} + \frac{15}{2} - 10 = \frac{x}{4} - \frac{5}{2}$$

Η Μαρία και ο Αντρέας πήραν ίσο αριθμό σοκολατών άρα

$$\frac{x}{2} - 15 = \frac{x}{4} - \frac{5}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{2} - \frac{x}{4} = 15 - \frac{5}{2}$$

$$\frac{x}{4} = \frac{25}{2} \Leftrightarrow x = 50$$

Αφού η Μαρία πήρε $\frac{x}{2} - 15 = \frac{50}{2} - 15 = 10$ σοκολάτες, πήρε 10 και ο Αντρέας, άρα στο

Καλάθι έμειναν $50 - (10 + 10) = 30$ σοκολάτες

Άλλος τρόπος: Στο καλάθι έμειναν

$$\frac{1}{2} \left(\frac{x}{2} + 15 \right) + 10 = \frac{1}{2} \left(\frac{50}{2} + 15 \right) + 10 = \frac{1}{2} \cdot 40 + 10 = 30$$