



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2015

Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ημερομηνία: 07/11/2015

Ώρα Εξέτασης: 10:00-12:00

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = \frac{2x - \left(\frac{5}{3}\right)^4 \cdot 3^4 + 5^4}{\left[1 - (-1)^{2015}\right]^3} \quad \text{και} \quad B = \frac{3 \cdot \left((-2)^3 + (-3)^2\right)^{12}}{5^2 - 4^2} + \frac{x-2}{3}.$$

Αν είναι, $A = B$ να προσδιορίσετε την τιμή του x .

Προτεινόμενη Λύση

$$A = \frac{2x - \left(\frac{5}{3}\right)^4 \cdot 3^4 + 5^4}{\left[1 - (-1)^{2015}\right]^3} = \frac{2x - \frac{5^4}{3^4} \cdot 3^4 + 5^4}{[1+1]^3} = \frac{2x - 5^4 + 5^4}{8} = \frac{2x}{8} = \frac{x}{4}$$

$$B = \frac{3 \cdot \left((-2)^3 + (-3)^2\right)^{12}}{5^2 - 4^2} + \frac{x-2}{3} = \frac{3 \cdot (-8+9)^{12}}{25-16} + \frac{x-2}{3} = \frac{3 \cdot 1}{9} + \frac{x-2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{x-2}{3} = \frac{x-1}{3}$$

$$A = B \text{ τότε } \frac{x}{4} = \frac{x-1}{3} \text{ τότε } 4(x-1) = 3x \text{ τότε } 4x - 4 = 3x \text{ τότε } x = 4$$

Πρόβλημα 2

Ο ακέραιος n είναι το μικρότερο θετικό πολλαπλάσιο του 15 τέτοιο ώστε κάθε ψηφίο του n να είναι είτε 8 είτε 0. Να υπολογίσετε το $\frac{n}{15}$.

Προτεινόμενη Λύση

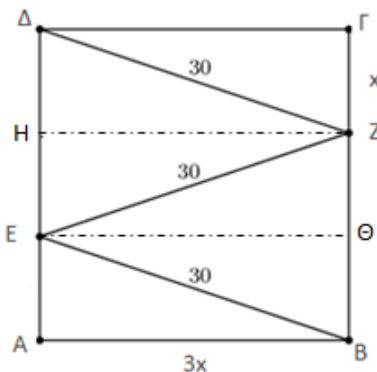
Αφού το n είναι πολλαπλάσιο του 15 τότε το n διαιρείται με το 5 και με το 3.

Άρα ο αριθμός τελειώνει σε 5 ή 0 και το άθροισμα των ψηφίων του είναι πολλαπλάσιο του 3. Από τον περιορισμό ότι τα ψηφία του είναι μόνο 0 ή 8 τότε ο n τελειώνει σε 0 και το άθροισμα των ψηφίων του είναι $8 \cdot x$ που είναι πολλαπλάσιο του 3. Επειδή ο n είναι το μικρότερο πολλαπλάσιο του 15 τότε και το $8 \cdot x$ είναι το μικρότερο πολλαπλάσιο του 3 άρα $8 \cdot x = 24$. Δηλαδή ο αριθμός περιέχει 3 οχτάρια και μηδενικά. Άρα το μικρότερο πολλαπλάσιο του 15 είναι ο αριθμός $n = 8880$

Πρόβλημα 3

Σε τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$, το σημείο E βρίσκεται πάνω στην πλευρά $A\Delta$ και το σημείο Z βρίσκεται στην πλευρά $B\Gamma$, έτσι ώστε $BE = EZ = Z\Delta = 30\text{cm}$. Να βρείτε το εμβαδόν του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$.

Προτεινόμενη Λύση



Αν φέρουμε τις ZH και $E\Theta$ κάθετες στην $A\Delta$ σχηματίζονται τρία ίσα ορθογώνια.

Αν $\Gamma Z = \Delta H = HE = EA = x$ τότε $AB = 3x$.

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ABE εφαρμόζουμε πυθαγόρειο θεώρημα και παίρνουμε

$$(AB)^2 + (AE)^2 = (EB)^2 \quad \text{τότε} \quad (3x)^2 + (x)^2 = 30^2 \quad \text{τότε} \quad 10x^2 = 900 \quad \text{τότε} \quad x^2 = 90$$

$$E = (AB)^2 = (3x)^2 = 9x^2 = 9 \cdot 90 = 810 \quad \text{τότε} \quad E = 810 \text{ τ.μ.}$$

Πρόβλημα 4

Από τους μαθητές της Α' και Β' Τάξης ενός Γυμνασίου, το $\frac{1}{4}$ είναι στο χορευτικό όμιλο, το $\frac{1}{5}$ είναι

στο μουσικό όμιλο, το $\frac{1}{3}$ είναι στον αθλητικό όμιλο ενώ οι υπόλοιποι 60 μαθητές ανήκουν σε

άλλους ομίλους. Αν οι μαθητές της Α' και Β' Τάξης που είναι στους τρεις αυτούς ομίλους, είναι μόνο σε ένα όμιλο, εκτός από 8 μαθητές που είναι και στον χορευτικό και στον μουσικό όμιλο, να βρείτε:

α) Τον αριθμό των μαθητών της Α' και Β' Τάξης του Γυμνασίου.

β) Τον αριθμό των μαθητών της Α' και Β' Τάξης που είναι στον αθλητικό όμιλο.

Προτεινόμενη Λύση

α) 1^{ος} τρόπος

Έχουμε ότι $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{15+12+20}{60} = \frac{47}{60}$ είναι οι μαθητές που συμμετέχουν στους τρεις

ομίλους. Όμως μέσα στο $\frac{47}{60}$ των μαθητών που είναι σε ένα από αυτούς τους τρεις ομίλους

συμπεριλαμβάνονται 8 μαθητές που έχουν υπολογιστεί 2 φορές. Άρα από τους 60 θα

αφαιρέσουμε τους 8 που πήραμε δύο φορές και αυτοί θα αντιστοιχούν στα $\frac{60}{60} - \frac{47}{60} = \frac{13}{60}$

των μαθητών του σχολείου. Δηλαδή το σύνολο των μαθητών είναι

$$(60 - 8) \div \frac{13}{60} = 52 \cdot \frac{60}{13} = 240$$

2ος τρόπος

Έστω όλοι οι μαθητές του σχολείου είναι x . Τότε

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x + \frac{1}{3}x - 8 + 60 = x \quad \text{τότε} \quad \frac{47}{60}x + 52 = x \quad \text{τότε} \quad x - \frac{47}{60}x = 52 \quad \text{τότε} \quad \frac{13}{60}x = 52$$

$$x = 52 \cdot \frac{60}{13} = 240$$

β) Στον αθλητικό όμιλο συμμετέχουν $240 \cdot \frac{1}{3} = 80$ μαθητές.