



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ

ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2016

Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ημερομηνία: 12/11/2016

Ώρα Εξέτασης: 10:00-12:00

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

Πρόβλημα 1

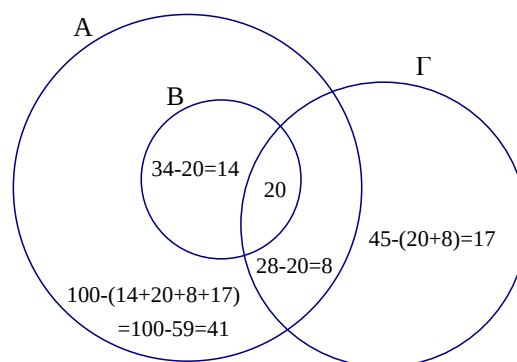
Εκατόν άτομα προσκληθήκαν να γευτούν τουλάχιστον ένα από τα τρία διαφορετικά είδη κρασιού Α, Β και Γ. Αν ξέρουμε ότι όποιος γεύτηκε το κρασί Β γεύτηκε και το κρασί Α, ότι 28 άτομα γεύτηκαν τα κρασιά Α και Γ, ότι 34 άτομα γεύτηκαν το κρασί Β, ότι 45 άτομα γεύτηκαν το κρασί Γ και τέλος ότι 20 άτομα γεύτηκαν και τα τρία κρασιά να βρείτε πόσα άτομα γεύτηκαν μόνο ένα από τα τρία κρασιά.

Προτεινόμενη Λύση

Αφού όποιος γεύτηκε το κρασί Β γεύτηκε και το κρασί Α συνεπάγεται ότι $B \subseteq A$.

Με την βοήθεια του πιο κάτω βέννειου διαγράμματος βρίσκουμε ότι μόνο ένα κρασί γεύτηκαν

$$41 + 17 = 58 \text{ άτομα.}$$



Πρόβλημα 2

Να βρείτε όλους τους τριψήφιους αριθμούς $\overline{αβγ}$ ($α, β, γ$ ψηφία του τριψήφιου αριθμού με $α \neq 0$) έτσι ώστε το $α^2 + β^2 + γ^2$ να είναι διαιρέτης του 26.

Προτεινόμενη Λύση

Διαιρέτες του 26 είναι το 1, 2, 13, 26

Άρα το $α^2 + β^2 + γ^2$ είναι ίσο με 1 ή 2 ή 13 ή 26

1^η περίπτωση

Αν $α^2 + β^2 + γ^2 = 1$ τότε τα ψηφία είναι (0,0,1). Άρα 1 αριθμός : **100**

2^η περίπτωση

Αν $α^2 + β^2 + γ^2 = 2$ τότε τα ψηφία είναι (0,1,1). Άρα 2 αριθμοί : **101, 110**

3^η περίπτωση

Αν $α^2 + β^2 + γ^2 = 13$ τότε τα ψηφία είναι (0,3,2). Άρα 4 αριθμοί : **302, 320, 203, 230**

4^η περίπτωση

Αν $α^2 + β^2 + γ^2 = 26$ τότε τα ψηφία είναι (0,5,1). Άρα 4 αριθμοί: **501, 510, 105, 150**

5^η περίπτωση

Αν $α^2 + β^2 + γ^2 = 26$ τότε τα ψηφία είναι (4,3,1). Άρα 6 αριθμοί: **431, 413, 341, 314, 134, 143**

Πρόβλημα 3

Ο Πέτρος μπογιατίζει ένα δωμάτιο σε 15 ώρες, ο Γιάννης μπορεί να μπογιατίζει 50% πιο γρήγορα από τον Πέτρο και ο Κώστας μπορεί να μπογιατίζει δυο φορές πιο γρήγορα από τον Πέτρο. Ο Πέτρος ξεκινά να μπογιατίζει το δωμάτιο και για μια ώρα και 30 λεπτά δουλεύει μόνος του. Μετά έρχεται ο Γιάννης και μαζί με το Πέτρο δουλεύουν μαζί μέχρι που μπογιατίζουν το μισό δωμάτιο. Στην συνέχεια έρχεται ο Κώστας και συνεχίζουν όλοι μαζί να δουλεύουν μέχρι να μπογιατίσουν το δωμάτιο. Να βρείτε από την ώρα που ξεκίνησε ο Πέτρος, πόσα συνολικά λεπτά χρειάστηκαν και οι τρεις να τελειώσουν το βάψιμο του δωματίου.

Προτεινόμενη Λύση

Ο Πέτρος μπογιατίζει το $\frac{1}{15}$ του δωματίου σε μια ώρα

Ο Γιάννης μπογιατίζει το $\frac{1}{15} + \frac{1}{15} \cdot \frac{50}{100} = \frac{3}{2 \cdot 15} = \frac{1}{10}$ του δωματίου σε μια ώρα

Ο Κώστας μπογιατίζει το $2 \cdot \frac{1}{15} = \frac{2}{15}$ του δωματίου σε μια ώρα

Αρχικά ο Πέτρος δουλεύει μόνος του για $\frac{3}{2}$ ώρες με ρυθμό $\frac{1}{15}$ του δωματίου ανά ώρα άρα

μπογιατίζει $\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{15} = \frac{1}{10}$ του δωματίου

Αργότερα δουλεύουν μαζί ο Πέτρος και ο Γιάννης και μπογιατίζουν $\frac{1}{2} - \frac{1}{10} = \frac{4}{10}$ του δωματίου με ρυθμό $\frac{1}{15} + \frac{1}{10} = \frac{2+3}{30} = \frac{1}{6}$ του δωματίου ανά ώρα, άρα δουλεύουν για $\frac{\frac{4}{10}}{\frac{1}{6}} = \frac{12}{5}$ ώρες

Και οι τρεις μαζί πρέπει να μπογιατίσουν το υπόλοιπο $\frac{1}{2}$ του δωματίου με ρυθμό

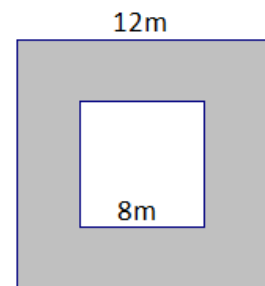
$\frac{1}{15} + \frac{1}{10} + \frac{2}{15} = \frac{2+3+4}{30} = \frac{3}{10}$, άρα δουλεύουν μαζί για $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{10}} = \frac{5}{3}$ ώρες,

Τελικά θα χρειαστεί να δουλέψουν συνολικά για $\frac{3}{2} + \frac{12}{5} + \frac{5}{3} = \frac{45+72+50}{30} = \frac{167}{30}$ ώρες ή

$$\frac{167}{30} \cdot 60 = 334 \text{ λεπτά.}$$

Πρόβλημα 4

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η τετράγωνη αυλή πλευράς μήκους 12m. Στο εσωτερικό της αυλής θα κατασκευαστεί μια μικρή παιδική πισίνα επίσης τετράγωνου σχήματος πλευράς μήκους 8m. Στο χώρο της αυλής, γύρω από την πισίνα (σκιασμένο εμβαδόν), θα τοποθετηθούν πλακάκια. Να υπολογίσετε το ποσοστό με το οποίο θα πρέπει να αυξηθεί το μήκος της πλευράς της πισίνας έτσι ώστε το εμβαδόν της επιφάνειας όπου θα τοποθετηθούν πλακάκια να ελαττωθεί κατά 45%.



Προτεινόμενη Λύση

Το εμβαδόν της αυλής γύρω από την πισίνα αρχικά είναι:

$$E = E_{\text{αυλής}} - E_{\text{πισίνας πριν}} = 12^2 - 8^2 = 144 - 64 = 80 \text{ m}^2.$$

Η μείωση του εμβαδού της αυλής γύρω από την πισίνα κατά 45% του 80 είναι 36 m².

Άρα το νέο εμβαδόν της αυλής γύρω από την πισίνα είναι: $E = 80 - 36 = 44 \text{ m}^2$

και το νέο εμβαδόν της πισίνας είναι: $E_{\text{πισίνας μετά}} = 144 - 44 = 100 \text{ m}^2$

Άρα το νέο μήκος της πλευράς της πισίνας είναι 10 m και

η αύξηση του μήκους της πλευράς της πισίνας είναι $10 - 8 = 2 \text{ m}$.

Το ποσοστό αύξησης του μήκους της πλευράς της πισίνας είναι: $\frac{2}{8} \cdot 100\% = 25\%$