**Δ Ι Α Γ Ω Ν Ι Σ Μ Α Σ Τ Α Μ Α Θ Η Μ Α Τ Ι Κ Α**

**Τάξη : Γ΄ Λυκείου κατεύθυνσης Διάρκεια: 90΄**

**Θ Ε Μ Α Τ Α**

1. Να υπολογίσετε τα παρακάτω ολοκληρώματα:

1. Αν , να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

1. Αν η γραφική παράσταση της  παρουσιάζει τοπικά ακρότατα στα σημεία

 και  και η  είναι συνεχής στο , να δείξετε ότι 

1. Να υπολογίσετε το εμβαδό του επίπεδου χωρίου, που περικλείεται από την καμπύλη , την ευθεία και τον άξονα των .
2. Η παραβολή και ο άξονας των ορίζουν το επίπεδο χωρίο .

Να υπολογίσετε τον όγκο του στερεού που δημιουργείται, όταν το χωρίο

(α) περιστρέφεται πλήρως γύρω από τον άξονα των

(β) περιστρέφεται πλήρως γύρω από τον άξονα των

(γ) περιστρέφεται πλήρως γύρω από την ευθεία .

1. Δίνονται οι συναρτήσεις και οι οποίες είναι συνεχείς στο διάστημα με και , .

(α) Nα δείξετε ότι:

(β) Nα υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

1. **(α)** Αν η συνάρτηση είναι συνεχής στο , με χρήση του μετασχηματισμού

 ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο, να αποδείξετε ότι

**(β)** Να βρείτε το ολοκλήρωμα

1. Αν η συνάρτηση  είναι συνεχής στο πεδίο ορισμού της,

χρησιμοποιώντας την αντικατάσταση  , να δείξετε ότι:

α) 

β) .

1. Οι εφαπτόμενες της καμπύλης στην αρχή των αξόνων και στο σημείο

με τετμημένη  τέμνονται στο σημείο Α .

Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Α και στη συνέχεια να υπολογίσετε

τον όγκο του στερεού που παράγεται, όταν το επίπεδο χωρίο που περικλείεται

από την καμπύλη και τις παραπάνω εφαπτόμενες περιστρέφεται πλήρως

γύρω από τον άξονα των y.

1. Να αποδείξετε ότι

για κάθε .