



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ, ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2010

Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ημερομηνία: 06/11/10

Ώρα εξέτασης: 10:00 - 12:00

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1

Δίνεται το πολυώνυμο $\phi(x) = 2x + 3$

α) Να γίνουν οι πράξεις: $\phi(x + 4) \cdot \phi(3x - 1) : \phi(x)$

β) Να λύσετε την εξίσωση: $\phi(\phi(x)) = 0$

Λύση

$$\alpha) \phi(x + 4) \cdot \phi(3x - 1) : \phi(x) = [2(x + 4) + 3] \cdot [2(3x - 1) + 3] : (2x + 3)$$

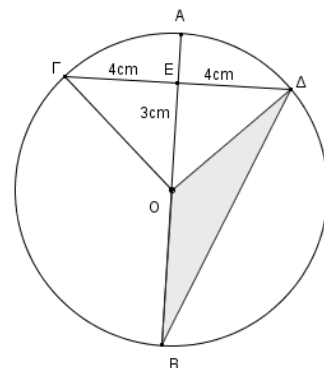
$$(2x + 8 + 3) \cdot (6x - 2 + 3) : (2x + 3) = (2x + 11) \cdot (6x + 1) : (2x + 3) = (12x^2 + 68x + 11) : (2x + 3)$$

$$\begin{array}{r|l} 12x^2 + 68x + 11 & 2x + 3 \\ -12x^2 - 18x & 6x + 25 \\ \hline 50x + 11 & \\ -50x - 75 & \\ \hline -64 & \end{array}$$

$$\beta) \phi(\phi(x)) = 0 \Leftrightarrow \phi(2x + 3) = 0 \Leftrightarrow 2(2x + 3) + 3 = 0 \Leftrightarrow 4x = -9 \Leftrightarrow x = -\frac{9}{4}$$

ΘΕΜΑ 2

Στον πιο κάτω κύκλο το ευθύγραμμο τμήμα AB είναι μια διάμετρος του. Αν $OE = 3cm$ και $GE = ED = 4cm$ να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου OBD.



Λύση

Το τρίγωνο OΓΔ είναι ισοσκελές γιατί $OG = OD = R$.

Αφού το ευθύγραμμο τμήμα OE είναι διάμεσος του ισοσκελούς τριγώνου συνεπάγεται ότι είναι και ύψος του. Τότε το τρίγωνο EOD είναι ορθογώνιο τρίγωνο. Από Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο EOD ισχύει:

$$(OD)^2 = (OE)^2 + (ED)^2 \Rightarrow R^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow R = 5cm$$

$$OB = R = 5cm, \quad EB = EO + OB = 3 + 5 = 8cm$$

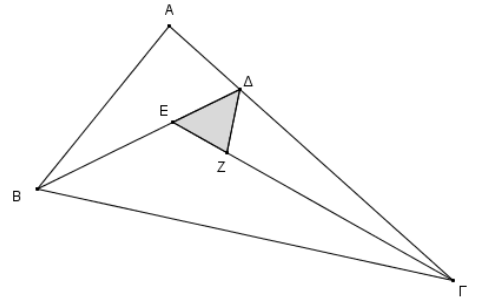
$$\alpha' \text{ τρόπος } E_{\Delta OB} = \frac{\beta \cdot \nu}{2} = \frac{(OB) \cdot (DE)}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2} \Leftrightarrow E_{\Delta OB} = 10cm^2$$

$$\beta' \text{ τρόπος } E_{\Delta OB} = E_{\Delta BE} - E_{\Delta EO} = \frac{8 \cdot 4}{2} - \frac{3 \cdot 4}{2} = 10cm^2$$

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ. Το $ΑΔ = \frac{1}{4}ΑΓ$, $ΔΕ = \frac{1}{3}ΔΒ$ και

$ΕΖ = \frac{1}{5}ΕΓ$. Αν το τρίγωνο ΑΒΓ έχει εμβαδόν 40cm^2 να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΔΕΖ.



Λύση

$$ΑΔ = \frac{1}{4}ΑΓ \Rightarrow ΔΓ = \frac{3}{4}ΑΓ$$

$$E_{\Delta B\Gamma} = \frac{\Delta\Gamma \cdot \nu}{2} = \frac{\frac{3}{4}(ΑΓ) \cdot \nu}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{(ΑΓ) \cdot \nu}{2} = \frac{3}{4} E_{\Delta B\Gamma} = \frac{3}{4} \cdot 40 = 30\text{cm}^2$$

$$E_{\Delta E\Gamma} = \frac{1}{3} E_{\Delta B\Gamma} = \frac{1}{3} \cdot 30 = 10\text{cm}^2, \quad E_{\Delta E\Delta Z} = \frac{1}{5} E_{\Delta E\Gamma} = \frac{1}{5} \cdot 10 = 2\text{cm}^2$$

ΘΕΜΑ 4

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{10^2}\right)$$

Λύση

$$\begin{aligned} \underline{\alpha' \text{ τρόπος}} \quad & \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{10^2}\right) = \\ & \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{100}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{15}{16} \cdot \dots \cdot \frac{99}{100} = \\ & \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 2} \cdot \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 3} \cdot \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 4} \cdot \dots \cdot \frac{8 \cdot 10}{9 \cdot 9} \cdot \frac{9 \cdot 11}{10 \cdot 10} = \frac{11}{20} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\beta' \text{ τρόπος}} \quad & \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{10^2}\right) = \\ & \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{10}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{10}\right) \\ & \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \dots \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{11}{10} = \frac{11}{20} \end{aligned}$$