

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ

ΔΕΙΓΜΑ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ – ΑΟΡΙΣΤΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ

Μάθημα: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

Διάρκεια: 45 λεπτά

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 1 ΣΕΛΙΔΑ

Σημείωση: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

β) Χορηγείται τυπολόγιο Μαθηματικών.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

Να υπολογίσετε τα ολοκληρώματα:

1) α) $\int (4x^3 + x) dx$

β) $\int \left(2x^2 - \sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$

2) α) $\int (\tan^2 x - \sin 2x) dx$

β) $\int \eta \mu^3 x \sigma \upsilon \nu x dx$

3) $\int \frac{\sqrt{\tan x - 3x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$

4) $\int x^5 \ln x dx$

5) $\int \frac{x+8}{x^2+6x+10} dx$, θέτω $x+3=u$ ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο.

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 2 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 25 μονάδες.

1) α) να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα: $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{4-x^2}}$. Με τη χρήση της

αντικατάστασης $x = 2\eta \mu \theta$, $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο.

β) να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int \frac{8}{3+5\eta \mu 2x} dx$. Με τη χρήση της

αντικατάστασης $\epsilon \varphi x = t$ ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο.

2) α) Να δείξετε ότι: $I_v = \int \epsilon \varphi^v x dx = \frac{\epsilon \varphi^{v-1} x}{v-1} - I_{v-2}$, $v \geq 3$

β) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int \epsilon \varphi^6 x dx$

Τ Ε Λ Ο Σ