

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ

ΔΕΙΓΜΑ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ – ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΠΑΡΑΓΩΓΩΝ

Μάθημα: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

Διάρκεια: 45 λεπτά

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 1 ΣΕΛΙΔΑ

Σημείωση: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

β) Χορηγείται τυπολόγιο Μαθηματικών.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) Δίνεται ο πίνακας μονοτονίας της συνάρτησης y .

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y		5	-3	

α) Να προσδιορίσετε και να χαρακτηρίσετε τα διαστήματα μονοτονίας.

β) Να βρείτε και να χαρακτηρίσετε τα τοπικά ακρότατα αν υπάρχουν.

2) Να βρείτε τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης $y = x^2 - 2x + 3$ και να τα χαρακτηρίσετε.

3) Η συνάρτηση $y = e^{ax} + x + \beta$ έχει τοπικό ακρότατο στο σημείο $A(0, 3)$. Να βρείτε τις τιμές των a και β .

4) Να βρείτε τα διαστήματα όπου η συνάρτηση $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω ή άνω και να προσδιορίσετε αν υπάρχουν σημεία καμπής.

5) Διατυπώστε το Θεώρημα Μέσης Τιμής (Θ.Μ.Τ.) και δώστε τη γεωμετρική του ερμηνεία.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 2 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 25 μονάδες.

1) Δίνεται η συνάρτηση $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$.

Αφού βρείτε το πεδίο ορισμού, τα σημεία τομής με τους άξονες, τις εξισώσεις των ασύμπτωτων, τα διαστήματα μονοτονίας και τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης, να κάνετε τη γραφική της παράσταση.

2) Ένα κυλινδρικό δοχείο με ακτίνα r και ύψος u έχει όγκο $54\pi \text{ cm}^3$. το Θεώρημα
α) να εκφράσετε το ύψος του u συναρτήσει της ακτίνας του r ,

β) να δείξετε ότι το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του είναι $E(r) = \frac{108\pi}{r} + 2\pi r^2$,

γ) να βρείτε τη τιμή της ακτίνας του r για την οποία το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας γίνεται ελάχιστο, καθώς και την ελάχιστη τιμή του εμβαδού της ολικής επιφάνειας του.

Τ Ε Λ Ο Σ