

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ

ΔΕΙΓΜΑ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ – ΚΥΚΛΟΣ

Μάθημα: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

Διάρκεια: 45 λεπτά

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 1 ΣΕΛΙΔΑ

Σημείωση: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

β) Χορηγείται τυπολόγιο Μαθηματικών.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να βρείτε τις εξισώσεις των κύκλων σε κάθε μια από τις πιο κάτω περιπτώσεις,
(α) έχει κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα 3
(β) έχει κέντρο το $(-2, 3)$ και ακτίνα $\sqrt{5}$
(γ) έχει κέντρο το $(2, -1)$ και περνά από το σημείο $(-3, 2)$
2. Δίνεται ο κύκλος $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 8 = 0$. Να βρεθούν:
(α) το κέντρο και η ακτίνα του.
(β) η θέση του σημείου $(0, 5)$ ως προς τον κύκλο.
(γ) η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου στο σημείο του $(4, 4)$
3. Να βρείτε την εξίσωση των εφαπτομένων του κύκλου $x^2 + y^2 = 10$ που άγονται από το σημείο $A(4, 2)$.
4. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 + 2\mu x - 4(\mu + 1)y + 3\mu + 14 = 0$. Να βρεθούν οι τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$ για τις οποίες είναι εξίσωση κύκλου.
5. Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που έχει κέντρο το σημείο $K(1, -2)$ και ο οποίος εφάπτεται εξωτερικά του κύκλου με εξίσωση $x^2 + y^2 - 10x - 2y + 17 = 0$

ΜΕΡΟΣ Β : Να λύσετε και τις δύο ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 25 μονάδες.

1. Κύκλος έχει το κέντρο του πάνω στην ευθεία $(\epsilon): 3x + y = 11$ και περνά από τα σημεία $A(0, 3)$, $B(2, 5)$.
(α) Να βρείτε την εξίσωσή του.
(β) Να δείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο του $B(2, 5)$ είναι κάθετη στην (ϵ)
2. Δίνεται ο κύκλος $x^2 + y^2 = 4$ και το σημείο του $P(2\sigma\upsilon\nu\theta, 2\eta\mu\theta)$. Η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο P τέμνει τους άξονες των x και y στα σημεία A και B αντίστοιχα. Να βρεθεί η εξίσωση του σχήματος στο οποίο ανήκει ο γεωμετρικός τόπος της κορυφής Γ του ορθογωνίου $AOB\Gamma$.