

## ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Μάθημα: **Μαθηματικά Α' Λυκείου**Διάρκεια: **2,5 ώρες**

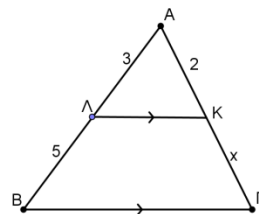
Ημερομηνία:

**Οδηγίες:**

1. Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (για τα σχήματα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι).
2. Τα σχήματα των ασκήσεων να αντιγράφονται στη θέση που λύνεται η άσκηση.
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
5. Το δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

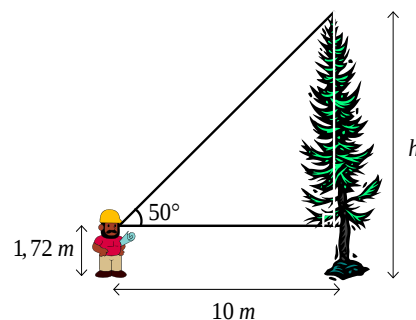
**ΜΕΡΟΣ Α' :** Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 12 από τις 15 ασκήσεις.Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **πέντε** μονάδες από τις **εκατό**.

1. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού που να έχει ρίζες  $x_1 = -5$  και  $x_2 = 7$ .
2. Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει όγκο  $168\text{m}^3$ . Αν οι διαστάσεις της βάσης του είναι  $4\text{m}$  και  $6\text{m}$ , να βρείτε το ύψος του.
3. Στο διπλανό σχήμα  $ΛΚ \parallel ΒΓ$  και  $ΑΛ=3\text{cm}$ ,  $ΛΒ=5\text{cm}$ ,  $ΑΚ=2\text{cm}$ ,  $ΚΓ=x\text{cm}$ . Να υπολογίσετε το  $x$ .



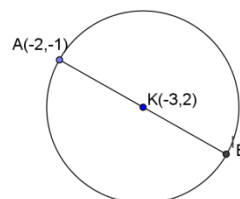
4. Να λύσετε την ανίσωση :  $\frac{x+5}{3-x} > 0$ .

5. Ένας άνθρωπος βρίσκεται σε απόσταση  $10\text{m}$  από ένα δέντρο. Με ειδικό γωνιόμετρο υπολογίζει ότι παρατηρεί το δέντρο υπό γωνία  $50^\circ$ . Αν το ύψος του ανθρώπου είναι  $1,72\text{m}$ , πόσο είναι το ύψος,  $h$ , του δέντρου;



6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος  $(K, R)$  και  $ΑΒ$  διάμετρος. Αν  $K(-3, 2)$  και  $A(-2, -1)$ , να βρείτε:

- α) το μήκος της ακτίνας,
- β) τις συντεταγμένες του σημείου  $B$ .



7. α) Να μετατρέψετε το πιο κάτω κλάσμα σε ισοδύναμο με ρητό παρανομαστή.

$$\frac{4}{3 - \sqrt{5}}$$

- β) Να απλοποιήσετε την παράσταση, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής.

$$\sqrt{53 - \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{4}}}} =$$

8. Ο βαθμός ενός μαθητή στα Μαθηματικά στο πρώτο τετράμηνο ήταν 15, στο δεύτερο τετράμηνο 14, και στις τελικές εξετάσεις έγραψε 13. Αν η βαρύτητα των τετραμήνων είναι 35% και των τελικών εξετάσεων 30%, να βρείτε το βαθμό του στα Μαθηματικά στο τέλος της χρονιάς.

9. Αν  $2 < \chi < 5$  και  $-3 < \psi < -1$  να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις:

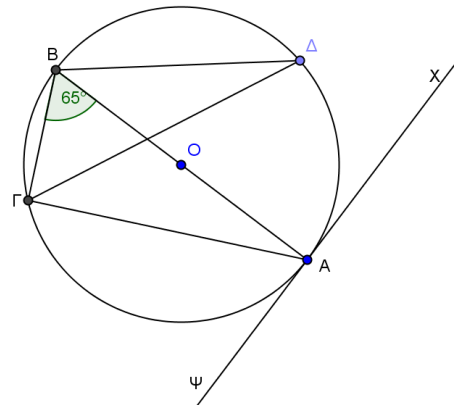
α)  $3\chi + \psi$

β)  $\frac{\psi}{\chi}$

10. Αν  $\sin \omega = -\frac{4}{5}$  και  $90^\circ < \omega < 180^\circ$ , να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{\delta \epsilon \phi \omega + \delta \sigma \tau \epsilon \mu \omega}{\eta \mu (90^\circ + \omega)}.$$

11. Στο διπλανό σχήμα η AB είναι διάμετρος του κύκλου και η ευθεία χΑψ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A. Αν η γωνία  $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = 65^\circ$ , να υπολογίσετε τις γωνίες  $\hat{\psi}\hat{A}\hat{\Gamma}$ ,  $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{B}$ ,  $\hat{\Gamma}\hat{A}\hat{B}$  και  $\hat{B}\hat{\Delta}\hat{\Gamma}$ . (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



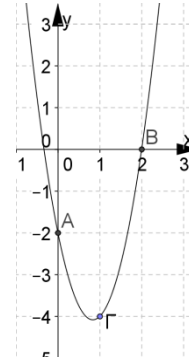
12. Να απλοποιήσετε το κλάσμα:  $\frac{3\chi^2 + \chi - 2}{\chi^2 + \chi}$

13. Το εμβαδόν της βάσης ενός κώνου είναι  $144\pi \text{ m}^2$  και το ύψος του είναι ίσο με 5m. Να υπολογίσετε:

- α) τον όγκο του,  
β) τη γενέτειρα του,  
γ) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του.

14. Αν  $\frac{\eta\mu(360^\circ + \theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \theta)}{\eta\mu(180^\circ + \theta) \cdot \eta\mu(360^\circ - \theta) + \epsilon\phi(90^\circ - \theta) \cdot \epsilon\phi(-\theta)} = \sqrt{3}$  και  $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ,  
να βρείτε την γωνία  $\theta$ .

15. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης:  $f(x) = (κ+μ)x^2 + (μ+ν)x + κ - 4μ$ ,  $κ \neq -μ$ .  
Να υπολογίσετε τις τιμές των  $κ$ ,  $μ$ ,  $ν$ .



**ΜΕΡΟΣ Β' :** Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 4 από τις 6 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **δέκα** μονάδες από τις **εκατό**.

1. Δίνεται η εξίσωση  $μx^2 - 2(μ - 2)x - 3(μ + 1) = 0$ ,  $μ \in \mathbb{R}$ ,  $μ \neq 0$  με ρίζες  $χ_1$ ,  $χ_2$ .

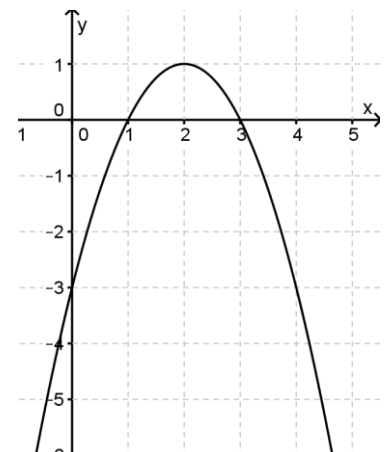
Να βρείτε τις τιμές του  $μ$  για τις οποίες:

- η εξίσωση έχει ρίζες αντίθετες,
- η εξίσωση έχει ρίζα τον αριθμό 1,
- ισχύει η σχέση:  $S \cdot P^2 \leq 0$  (όπου  $S$  και  $P$  το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών αντίστοιχα).

2. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = ax^2 + bx + γ$ ,  $a \neq 0$ .

Από το σχήμα να βρείτε:

- το πρόσημο του  $a$ ,
- το πρόσημο της διακρίνουσας,  $\Delta$ , της εξίσωσης  $ax^2 + bx + γ = 0$ ,  $a \neq 0$ ,
- τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής,
- τις ρίζες της εξίσωσης:  $ax^2 + bx + γ = 0$ ,  $a \neq 0$ ,
- την εξίσωση του άξονα συμμετρίας,
- το πεδίο τιμών της συνάρτησης,
- τις τιμές του  $x$  για τις οποίες  $f(x) > 0$ ,
- το πρόσημο του κλάσματος  $\frac{f(100)}{f(2)}$ ,
- τις τιμές των  $a$ ,  $b$  και  $γ$ .

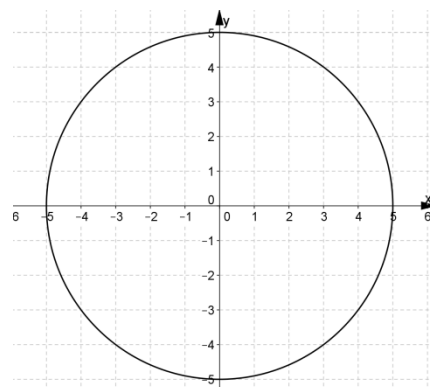


**3.** Δίνεται η ευθεία με εξίσωση  $\psi = (\mu^2 - 9)\chi - (\mu^2 - 5\mu + 6)$ .

- Να βρείτε για ποιες τιμές της παραμέτρου  $\mu$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$ , η ευθεία τέμνει τον άξονα των τετμημένων σε ένα μόνο σημείο και να βρείτε την τετμημένη του σημείου αυτού.
- Αν  $\mu = 3$ , να βρείτε τη θέση της ευθείας ως προς τον άξονα των τετμημένων.
- Να βρείτε για ποιες τιμές της παραμέτρου  $\mu$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$ , η ευθεία σχηματίζει με τον θετικό ημιάξονα των  $\chi$  γωνία  $45^\circ$ .
- Αν  $\mu = 0$ , να βρείτε το σημείο τομής της ευθείας με τον άξονα  $\chi' \chi$ .

**4.** α). Να λύσετε το σύστημα: 
$$\begin{cases} \psi = \chi^2 - 5 \\ \chi^2 + \psi^2 = 25 \end{cases}$$

β) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της καμπύλης  $\chi^2 + \psi^2 = 25$ . Στο ίδιο σύστημα αξόνων να κάνετε τη γραφική παράσταση της παραβολής  $\psi = \chi^2 - 5$ .



- Ποια είναι τα σημεία τομής της παραβολής και του κύκλου;
- Αν Α είναι το σημείο τομής των δύο καμπύλων με θετική τετμημένη και Β η κορυφή της παραβολής, να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ΑΒ.

**5.** Η ΑΒ είναι διάμετρος κύκλου και η ΑΓ χορδή του. Από τυχαίο σημείο Δ της ΑΓ φέρουμε την ΔΕ κάθετη στην ΑΒ (Ε σημείο της ΑΒ). Αν η εφαπτομένη του κύκλου στο Α τέμνει την προέκταση της ΒΓ στο σημείο Ζ, να δείξετε ότι:

- $\hat{A}Z\Gamma \approx \hat{B}A\Gamma$
- $(AE)(BZ) = (A\Delta)(AZ)$

**6.** Δίνεται η εξίσωση:  $\epsilon\phi\theta \cdot \chi^2 - 2\epsilon\mu\theta \cdot \chi + \eta\mu\theta \cdot \epsilon\mu\theta = 0$ ,  $0^\circ < \theta < 90^\circ$ .

- Να βρείτε το είδος των ριζών της εξίσωσης.
- Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει ρίζες αντίστροφες.
- Αν  $\sqrt{S^2 - 4P} = 2$ , να υπολογίσετε τη γωνία  $\theta$ . (όπου S και P το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών αντίστοιχα)