

**ΟΔΗΓΙΕΣ :**

- (α) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.  
(β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.  
(γ) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).  
(δ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.  
(ε) Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνεται ο τρόπος επίλυσης τους. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της επίλυσης τους δε θα λαμβάνονται υπόψη.  
(στ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

**ΜΕΡΟΣ Α΄ :** Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.  
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες  $x_1 = -3$  και  $x_2 = 7$ .
2. Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κύβου είναι  $96 \text{ cm}^2$ . Να υπολογίσετε τον όγκο του.
3. Το σύστημα  $\begin{cases} x + \psi = 6 \\ 2x + 3\psi = 16 \\ kx - \lambda\psi = -2 \end{cases}$  είναι συμβιβαστό. Να αποδείξετε ότι:  $k = 2\lambda - 1$ .
4. Να δείξετε ότι:  $\frac{1}{\varepsilon\phi\theta + \sigma\phi\theta} = \eta\mu\theta \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$ .
5. Ο βαθμός στο μάθημα της Ιστορίας ενός μαθητή της Α΄ Λυκείου το Α΄ τετράμηνο ήταν 13, το Β΄ τετράμηνο ήταν 12 και στις τελικές γραπτές εξετάσεις ο μαθητής βαθμολογήθηκε με 9. Να βρείτε το μέσο όρο του στο μάθημα της Ιστορίας εάν γνωρίζετε ότι το κάθε τετράμηνο λαμβάνει βαρύτητα 35% και οι τελικές γραπτές εξετάσεις λαμβάνουν το 30% της συνολικής βαθμολογίας.
6. Αν  $x_1, x_2$  είναι οι ρίζες της εξίσωσης  $2x^2 - 5x - 3 = 0$ , χωρίς να τη λύσετε να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:

(α)  $A = 4x_1^2x_2 + 4x_1x_2^2$

και

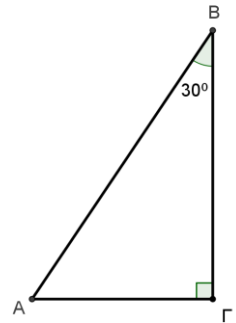
(β)  $B = \frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2}$ .

7. Αν  $\sin \theta = -\frac{3}{5}$  και  $180^\circ < \theta < 270^\circ$ , να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της

$$\text{παράστασης : } A = \frac{15\eta\mu\theta - 5\sigma\upsilon\eta\theta}{1 + 4\sigma\varphi\theta}.$$

8. Δίνεται κύκλος με κέντρο  $K(2, 2)$ . Αν  $B(1, 5)$  είναι σημείο του κύκλου, να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου στο σημείο  $B$ .

9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\hat{A}\hat{\Gamma}B = 90^\circ$ ,  $\hat{A}\hat{B}\Gamma = 30^\circ$ , και  $B\Gamma = 2\sqrt{3}$  cm. Να βρείτε την περίμετρο του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

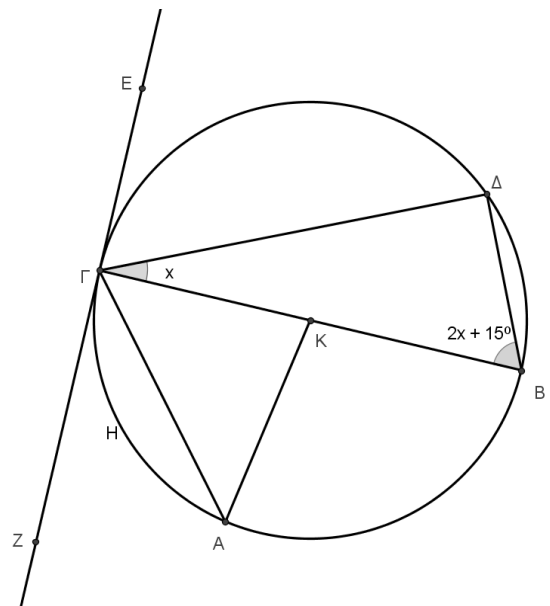


10. Να λύσετε το σύστημα: 
$$\begin{cases} x - \psi = -1 \\ x^2 - x\psi + \psi^2 = 7 \end{cases}$$

11. Από την κορυφή  $A$  του παραλληλογράμμου  $AB\Gamma\Delta$  φέρουμε ευθεία ( $\epsilon$ ) που τέμνει την  $B\Gamma$  στο  $E$  και την προέκταση της  $\Delta\Gamma$  στο  $Z$ . Να δείξετε ότι:  $(BE)(\Delta Z) = (AB)(A\Delta)$ .

12. Αν  $3 < x < 4$  και  $-2 < \psi < -1$  να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις:  $A = x + \psi$  και  $B = 5x\psi$ .

13. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος  $(K, R)$ ,  $\hat{\Delta}\hat{\Gamma}B = x$  και  $\hat{\Delta}\hat{B}\Gamma = 2x + 15^\circ$ . Η ευθεία  $EZ$  είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο του  $\Gamma$  και το τόξο  $A\hat{H}\Gamma$  έχει μέτρο  $80^\circ$ . Να βρείτε τις γωνίες  $\hat{\Gamma}\hat{\Delta}B$ ,  $\hat{K}\hat{\Gamma}Z$ ,  $\hat{\Delta}\hat{\Gamma}E$ ,  $\hat{\Gamma}\hat{K}A$ ,  $\hat{\Gamma}\hat{A}K$  δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

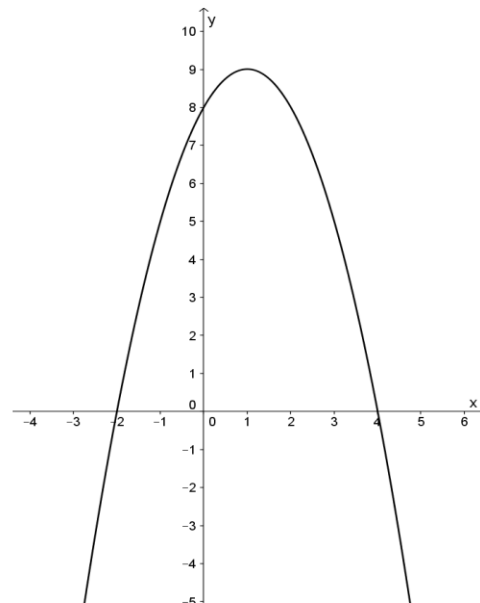


14. Να λύσετε την ανίσωση: 
$$\frac{(x-1)^2(9-x)}{(x^2-9)(x^2+1)} \geq 0.$$

15. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο  $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ , με  $a \neq 0$ .

**Δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας, να βρείτε:**

- (α) Το πεδίο τιμών της  $f(x)$ .
- (β) Το πρόσημο του  $a$  και την τιμή του  $\gamma$ .
- (γ) Το πρόσημο της διακρίνουσας της εξίσωσης  $f(x)=0$ .
- (δ) Τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής.
- (ε) Τις τιμές του  $x$ , για τις οποίες  $f(x) \leq 0$ .



**ΜΕΡΟΣ Β' : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.**  
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση:  $x^2 - (2\mu - 2)x + \mu - 1 = 0$ . Να βρείτε τις πραγματικές τιμές του  $\mu$  για τις οποίες η εξίσωση έχει:
  - (α) Ρίζες αντίστροφες.
  - (β) Το άθροισμα των ριζών της από το 3 μέχρι και το 8.
  - (γ) Δύο ρίζες πραγματικές και ίσες.
2. Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με κορυφές  $A(-2,3)$ ,  $B(4,5)$  και  $\Gamma(3,8)$ .
  - (α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ορθογώνιο στο  $B$ .
  - (β) Να βρείτε το μήκος της υποτείνουσας  $A\Gamma$ .
  - (γ) Την εξίσωση της διαμέσου  $GM$ .
  - (δ) Τις πραγματικές τιμές του  $\mu$  και του  $\nu$ , ώστε η ευθεία  $(\varepsilon_2)$ :  $\psi = (\mu^2 - \mu)x + \nu - 1$ , να είναι παράλληλη με τη διάμεσο  $GM$  του τριγώνου  $AB\Gamma$ .
3. Από σημείο  $O$  εκτός του κύκλου  $(K,R)$  φέρουμε την εφαπτόμενη  $OA$  και την τέμνουσα  $OB\Gamma$ . Η τέμνουσα  $OB\Gamma$  δεν περνά από το κέντρο του κύκλου και  $(OB) < (O\Gamma)$ . Να αποδείξετε ότι :
  - (α) Τα τρίγωνα  $OAB$  και  $AO\Gamma$  είναι όμοια και
  - (β)  $\frac{(AB)^2}{\sphericalangle A\Gamma} = \frac{OB}{O\Gamma}$ .

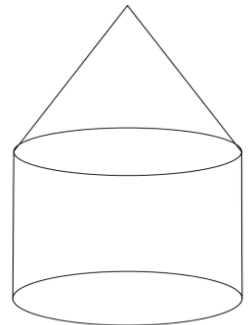
4. (α) Να δείξετε ότι:  $\frac{\sin(90^\circ - x)}{1 - \sin(-x)} + \frac{1 + \sin(180^\circ + x)}{\eta\mu(180^\circ - x)} = 2\sigma\tau\epsilon\mu x$ .

(β) Να λύσετε την εξίσωση:  $\sqrt[3]{(x+1)^2 + 2} = 3$ .

5. (α) Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση:  $\lambda^2 x + 4(\lambda - x) = 2 + 5\lambda$  για τις διάφορες πραγματικές τιμές της παραμέτρου  $\lambda$ .

(β) Να βρείτε για ποια πραγματική τιμή του  $\kappa$  η ευθεία (ε):  $\psi = (\kappa^2 + 3\kappa)x + \kappa + 3$  συμπίπτει με τον άξονα των τετμημένων.

6. (α) Στο διπλανό σχήμα το ύψος του κυλίνδρου είναι 8 cm και το ύψος του κώνου είναι 8 cm. Αν ο όγκος του στερεού είναι  $384\pi \text{ cm}^3$ , να βρείτε την ακτίνα του κυλίνδρου και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού.



(β) Να απλοποιήσετε το κλάσμα:  $\frac{\alpha(3\alpha - 14) + 8}{\alpha(3\alpha - 14) - 2\alpha(\alpha - 5)}$

**ΤΕΛΟΣ**