

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΤΑΞΗ: Α΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: ΜΑΘΗΜΑ: 2:30΄

ΩΡΑ: 10:45 – 13:15

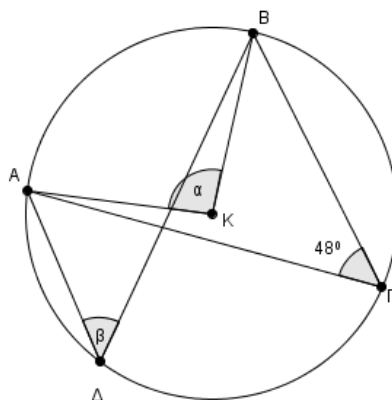
Όνομα Μαθητή/τριας: Τμήμα: Αρ.: ...

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη, το ΜΕΡΟΣ Α΄ και το ΜΕΡΟΣ Β΄.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από πέντε (5) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ερωτήσεις του Α΄ μέρους να λύσετε ΜΟΝΟ 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

1. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις $\alpha=3$ cm, $\beta=5$ cm και $\gamma=6$ cm. Να υπολογίσετε τον όγκο του παραλληλεπιπέδου.
2. Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt{x-1} = 4$.
3. Τα σημεία Α, Β, Γ και Δ ανήκουν στον κύκλο (Κ, ΚΑ). Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών α και β . Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



4. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda - 3)x = \lambda + 1$, $\lambda \in \mathbb{R}$
α) Να λύσετε την εξίσωση για $\lambda=2$.
β) Για ποια τιμή του λ , η εξίσωση δεν έχει λύση.

5. Στην περιγραφή της αξιολόγησης ενός μαθήματος του Πανεπιστημίου Κύπρου αναγράφονται τα εξής:

«Η επίτευξη των μαθησιακών στόχων του μαθήματος θα αξιολογηθεί με βάση ένα σύνολο εβδομαδιαίων εργασιών, μια ενδιάμεση γραπτή εξέταση και μια τελική γραπτή εξέταση. Ο τελικός βαθμός διαμορφώνεται με βάση τα ακόλουθα ποσοστά:

- Εβδομαδιαίες Εργασίες: 20%
- Ενδιάμεση Γραπτή Εξέταση: 30%
- Τελική Γραπτή Εξέταση: 50%»

Να βρείτε τον τελικό βαθμό ενός φοιτητή που πήρε 8 στις εβδομαδιαίες εργασίες, 6 στην ενδιάμεση εξέταση και 6 στην τελική εξέταση.

6. Να λύσετε την ανίσωση $(x - 3)(x + 1) > 0$

7. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με **(Σ)**, αν είναι σωστές ή με **(Λ)**, αν είναι λανθασμένες,

α	Αν $\alpha < 1$ και $\beta < 1$, τότε $\alpha \cdot \beta < 1$
β	Αν ο αριθμός x είναι τουλάχιστον 8, τότε $x \geq 8$
γ	Η εξίσωση $(\mu - 1)x = \mu^2 - 1$, έχει άπειρες λύσεις για $\mu = -1$
δ	Αν $3 < \frac{1}{x} < 5$ τότε $\frac{1}{3} < x < \frac{1}{5}$

μεταφέροντας το διπλανό σχήμα στο τετράδιο απαντήσεων .

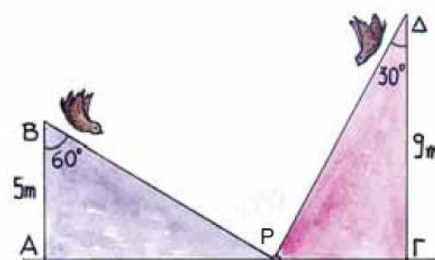
7.

α	β	γ	δ

8. Αν $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$, όπου $90^\circ < \omega < 180^\circ$, να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από την αρχή των αξόνων και σχηματίζει με τον θετικό ημιάξονα των x γωνιά ίση με την ω .

9. Να αποδείξετε την ταυτότητα $\varepsilon\phi x + \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1+\eta\mu x} = \tau\epsilon\mu x$.

10. Δύο σπουργίτια βρίσκονται στις κορυφές δύο στύλων Β και Δ, ύψους 5m και 9m αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Ξεκινούν την ίδια στιγμή και με την ίδια ταχύτητα κινούνται στις ευθείες ΒΡ και ΔΡ αντίστοιχα. Στόχος τους είναι μια ρώγα από σταφύλι, που βλέπουν υπό γωνίες 60° και 30° αντίστοιχα, στο έδαφος στο σημείο Ρ. Ποιό από τα δύο σπουργίτια θα φτάσει πρώτο; (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας).

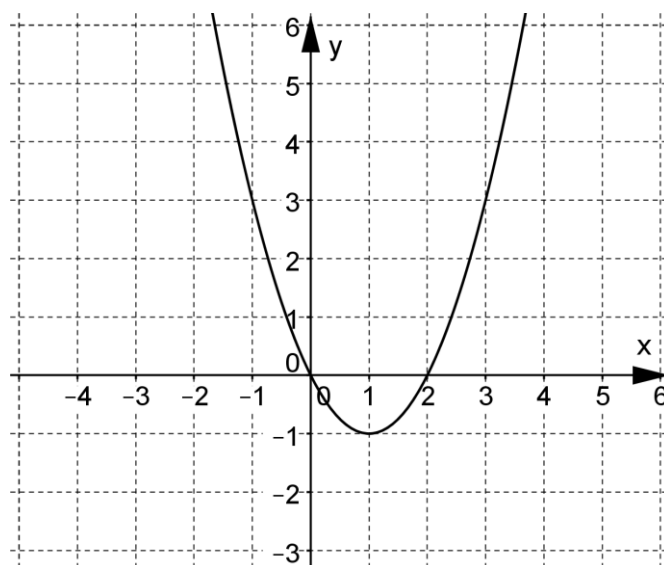


11. Δίνεται η παραβολή $y = (\lambda - 2)x^2 - 6\lambda x + 3$, $\lambda \neq 2$.
 α) Αν ο άξονας συμμετρίας της παραβολής είναι η ευθεία με εξίσωση $x=1$, να υπολογίσετε την τιμή του λ .
 β) Αν $\lambda = -1$, να εξετάσετε αν η παραβολή έχει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή, και στη συνέχεια να υπολογίσετε την τιμή αυτή.
12. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A}=90^\circ$). Στις κάθετες πλευρές του, $AB=8\text{cm}$ και $A\Gamma=12\text{cm}$, παίρνουμε αντιστοίχως τα σημεία Δ και E , ώστε $A\Delta=2\text{cm}$ και $AE = 3\text{cm}$. Να αποδείξετε ότι:
 α) $\Delta E \parallel B\Gamma$
 β) τα τρίγωνα $A\Delta E$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια.
13. Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = \lambda x^2 + 3\lambda x + 2\lambda + 5$, $\lambda \in \mathbb{R} - \{0\}$.
 Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες το τριώνυμο $f(x)$:
 α) έχει ρίζες αντίστροφες.
 β) Διατηρεί σταθερό το πρόσημό του για κάθε τιμή του x .
14. Το κουτί ενός αναψυκτικού έχει σχήμα κυλινδρικό με ύψος 12cm και ακτίνα βάσης 3cm . Το υλικό κατασκευής των βάσεων στοιχίζει $0,2$ σεντ το τετραγωνικό εκατοστόμετρο, ενώ το υλικό κατασκευής της παράπλευρης επιφάνειας στοιχίζει $0,1$ σεντ το τετραγωνικό εκατοστόμετρο. Πόσο θα κοστίσει το υλικό για την κατασκευή 1000 κουτιών;
15. Τα κέντρα δύο κύκλων που εφάπτονται εσωτερικά απέχουν 12cm . Αν οι δύο κύκλοι μετατοπιστούν ώστε να εφάπτονται εξωτερικά τότε τα κέντρα τους θα απέχουν 58cm . Να βρεθούν οι ακτίνες των δύο κύκλων.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ερωτήσεις του Β΄ μέρους να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

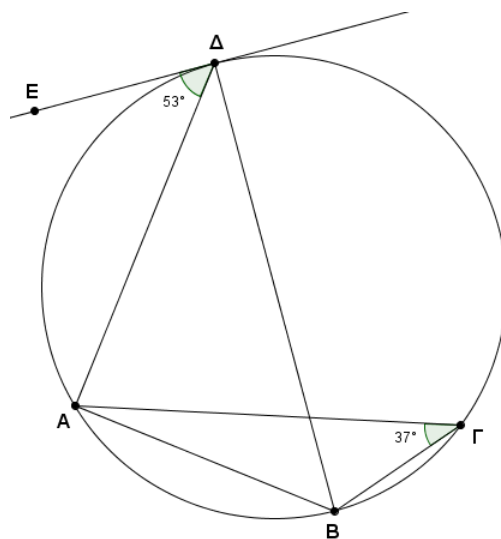
1. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$, $a \neq 0$.
 Να βρείτε:
 (α) Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της f .
 (β) Το πρόσημο της διακρίνουσας (Δ) και την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.
 (γ) Τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) \leq 0$.
 (δ) Την εξίσωση της $f(x)$.



2. Τα σημεία A, B, Γ και Δ ανήκουν στον κύκλο (Κ, R) όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η ΔΕ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Δ, η γωνιά $\widehat{A\Gamma B}=37^\circ$ και η γωνιά $\widehat{A\Delta E}=53^\circ$.

(α) Να αποδείξετε ότι η ΒΔ είναι διάμετρος του κύκλου.

(β) Να βρεθούν οι συντεταγμένες του κέντρου (Κ) του κύκλου και το μήκος της ακτίνας του κύκλου αν $B(5, -2)$ και $\Delta(6, 5)$.



3. Να λύσετε την ανίσωση

$$\frac{(x^2 + 3)(1 - x^2)}{x^2 - 2x - 3} \geq 0$$

4. Δίνεται η παράσταση :

$$A = \eta\mu(180^\circ - x) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ - x) - \sigma\upsilon\nu x \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ + x) - \frac{\eta\mu(90^\circ - x) \cdot \sigma\upsilon\nu x}{1 - \sigma\upsilon\nu(270^\circ - x)}$$

(α) Να αποδείξετε ότι $A = \eta\mu x$

(β) Αν $A = \frac{1}{2}$ και $0^\circ < x < 450^\circ$, να βρείτε τις τιμές του x.

5. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\widehat{A}=90^\circ$) φέρουμε το ύψος ΑΔ. Να αποδείξετε ότι:

(α) $(AB)^2 = (B\Delta)(B\Gamma)$.

(β) $(AB)^2 + (A\Gamma)^2 = (B\Gamma)^2$ (Πυθαγόρειο θεώρημα) .

6. (α) Να λύσετε το σύστημα
- $$\begin{aligned} 2x + y + 3z &= 12 \\ 3x - z &= 3 \\ 3x - 3y - 2z &= 3 \end{aligned}$$

(β) Να βρείτε την τιμή του a ($a \in \mathcal{R}$) έτσι ώστε το πιο κάτω σύστημα να είναι συμβιβαστό.

$$\begin{aligned} 3x - 3y - 2z &= 3 \\ a^2x + 2ay + 6z &= 10a \\ 3x - z &= 3 \\ 2x + y + 3z &= 12 \end{aligned}$$