

ΛΥΚΕΙΟ

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2014-2015

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΤΑΞΗ : Β' Ενιαίου Λυκείου

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ :/6/2015

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΧΡΟΝΟΣ : 2: 30' ΩΡΕΣ

ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ :

1. Να γράψετε μόνο με μελάνι. (Τα σχήματα με μολύβι)
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού
3. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής
4. Τα σχήματα να μεταφέρονται στη θέση που λύνεται η άσκηση.
5. Το γραπτό αποτελείται από **4 σελίδες**
6. Πρέπει να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Μέρος Α' (50 μονάδες)

Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να αναλύσετε το κλάσμα σε άθροισμα απλών κλασμάτων: $\frac{x+5}{(x-3) \cdot (x+1)}$

2. Να υπολογίσετε την πρώτη παράγωγο των πιο κάτω συναρτήσεων :

α. $f(x) = \frac{x-2}{x+3}$

β. $g(x) = e^{\eta \mu^3 x}$

3. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει ύψος 4cm οι παράπλευρές έδρες της σχηματίζουν γωνία 45° με την βάση. Να υπολογίσετε:

α. το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας, και

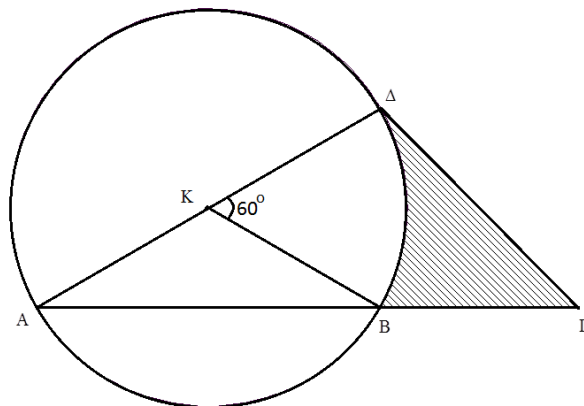
β. τον όγκο της πυραμίδας.

4. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\alpha = 2\sqrt{3}cm$, $\beta = \sqrt{3}cm$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$.

α. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

β. Να επιλύσετε το τρίγωνο.

5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος $(K, 6cm)$ και η διάμετρος αυτού AD . Η χορδή $AB = \lambda_3$ προεκτείνεται προς το B κατά τμήμα $B\Gamma = \lambda_6$ ενώ η επίκεντρη γωνία $BK\Delta = 60^\circ$. Όταν ενωθεί το Γ με το Δ σχηματίζεται τρίγωνο $A\Delta\Gamma$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους.



6. Να δείξετε (με τη μέθοδο της τέλειας επαγωγής) ότι η σχέση

$$1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = \frac{n(3n-1)}{2} \quad \text{ισχύει για κάθε } n \in \mathbb{N}.$$

7. Να λύσετε την εξίσωση $3 \cdot 2^{x-4} - 2^{x-1} = 5^{x-2} - 6 \cdot 5^{x-3}$

8. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x-5| + |2-x| - x}{x^2 - 9}$

9. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(-2, 8)$, $B(3, 1)$ και $\Gamma(5, 3)$.

α. Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

β. Να βρείτε την εξίσωση του ύψους AE .

γ. Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Δ του ρόμβου $AB\Gamma\Delta$.

10. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$ και $g(x) = \sqrt{x^2 + 3}$. Να ορίσετε την συνάρτηση $f \circ g$ (πεδίο ορισμού και τύπο)

Μέρος Β' (50 μονάδες)

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες .

1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x + \alpha \sigma\upsilon\nu x$ με $\alpha \in \mathbb{R}$.

α. Αν $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ να υπολογίσετε την τιμή του α .

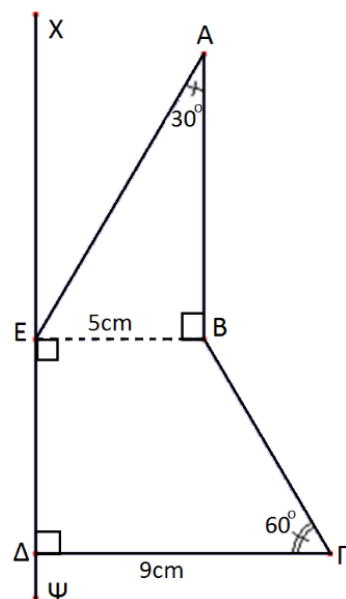
β. Αν $\alpha = -1$ να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{\eta\mu^2 x - \sigma\upsilon\nu^2 x}$

2. Δίνεται η καμπύλη $y^2 = x \cdot (1 + \ln x)$.

α. Να βρείτε την εξίσωση της κάθετης της καμπύλης στο σημείο της με $x = 1$ και $y < 0$.

β. Να αποδείξετε ότι : $2xy \frac{d^2y}{dx^2} + 2x \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 1 = 0$.

3. Στο διπλανό σχήμα το πολύγωνο $AB\Gamma\Delta E$ κάνει πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα $X\Psi$. Αν η γωνία $\hat{A} = 30^\circ$, $\hat{\Gamma} = 60^\circ$, $EB = 5\text{cm}$ και η πλευρά $\Delta\Gamma = 9\text{cm}$, τότε να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της επιφάνειας του στερεού που παράγεται.



4. Δίνεται η ακολουθία $\log_3 x, \log_3 6, \log_3 9x \dots$ με $x > 0$

- α. Αν ο αριθμός x είναι η ρίζα της εξίσωσης: $\log_2 x + \log_x 2 = 2$, να δείξετε ότι οι τρεις πρώτοι όροι της πιο πάνω ακολουθίας αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητική πρόοδος .
- β. Αν για την τιμή $x = 2$, η πιο πάνω ακολουθία αποτελεί αριθμητική πρόοδο να δείξετε ότι το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της προόδου είναι ίσο με $10 \cdot \log_3 2 + 45$.

5. Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{\eta\mu 3x}{\eta\mu x} - \frac{\sigma\upsilon\nu 3x}{\sigma\upsilon\nu x}$ και $B = \frac{\eta\mu 7x + \eta\mu x}{2\eta\mu 4x}$

α. Να δείξετε ότι $A = 2$ και $B = \sigma\upsilon\nu 3x$,

β. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{A}{B} = 4$, $x \in [0, \pi]$.