

8. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(\chi - 1) + \log(\chi + 2) = 2\log 2$
9. Η πλευρά κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο είναι 3cm. Να βρείτε το απόστημα και το εμβαδό του.
10. Ορθογώνιο έχει περίμετρο 36 cm. Αν η το μήκος του είναι διπλάσιο από το πλάτος του, να υπολογίσετε:
α) Τις διαστάσεις του.
β) Το εμβαδόν του.
11. Να επιλύσετε το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$, αν δίνονται $\alpha = 1\text{cm}$, $\beta = 2\text{cm}$ και $\hat{A} = 30^\circ$.
12. Δίνεται χάρτης με κλίμακα 1:200. Αν το εμβαδόν ενός οικοπέδου στον χάρτη είναι 125 cm^2 , να βρείτε το πραγματικό εμβαδόν του οικοπέδου σε m^2 .
13. Να δείξετε (χωρίς την χρήση υπολογιστικής μηχανής) ότι: $\frac{\log_4 16 + \log_{0,04} 1}{\log_6 1 + \log_5 25} = \log 2$.
14. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο το άθροισμα των απείρων όρων της ισούται με $\frac{1}{2}$ και το άθροισμα του πρώτου και του δεύτερου όρου της ισούται με $\frac{4}{9}$. Να υπολογίσετε το άθροισμα των οκτώ πρώτων όρων της προόδου.
15. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο κυκλικού τμήματος που αντιστοιχεί σε τόξο 120° σε κύκλο με περίμετρο $12\pi\text{ cm}$.

ΜΕΡΟΣ Β': α) Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.
β) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 (δέκα) μονάδες.

1. Σε Αριθμητική Πρόοδο το άθροισμα του έβδομου και του δέκατου όρου είναι ίσο με 49, ενώ ο ένατος όρος είναι κατά 15 μεγαλύτερος από τον τέταρτο.
α) Να σχηματίσετε την πρόοδο
β) Πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 155.
2. Να λύσετε τις εξισώσεις :
α) $\log[\log(2\chi - 6)] = 0$
β) $\log(4^\chi + 6) = \log 5 + \chi \log 2$
3. Κάποιος τόκισε ένα κεφάλαιο προς 6% για 2 χρόνια και 4 μήνες και ένα άλλο κεφάλαιο τετραπλάσιο του πρώτου προς 5% για 4 χρόνια. Πήρε και από τα δυο κεφάλαια τόκο € 4700. Να υπολογίσετε τα δυο κεφάλαια.

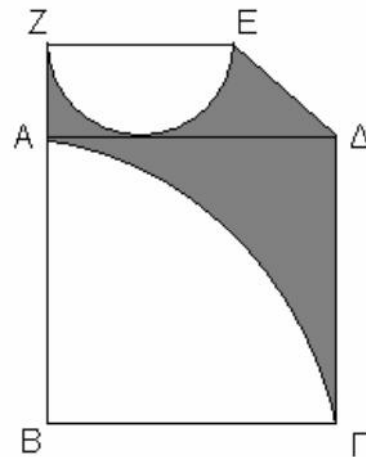
4. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση : $\frac{\alpha}{\gamma} + \frac{\eta\mu\Gamma}{\eta\mu\Lambda} = 2$

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

β) Αν επιπλέον τα α , 3β , 16γ αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου, να αποδείξετε ότι : $\alpha = \frac{3}{4}\beta$.

5. Ένας έμπορος εισάγει προϊόντα αξίας €30000 και πληρώνει φόρους εισαγωγής 30%. Επιπλέον πληρώνει €1000 έξοδα μεταφοράς. Ο εισαγωγέας υπολογίζει το κέρδος του πάνω στο συνολικό κόστος και τα πωλεί χρεώνοντας και 19% Φ.Π.Α . Αν τα προϊόντα πωλήθηκαν τελικά €59500 , ποιο είναι το ποσοστό του κέρδους του εμπόρου πάνω στο συνολικό κόστος των προϊόντων;

6. Το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο με πλευρά 6cm και ΖΒ = 8cm . Αν ΕΖ // ΔΑ και $\widehat{\Lambda\Delta\Xi} = 45^\circ$ να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους .



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Μάθημα: **Μαθηματικά Β' Κοινού Κορμού**

Διάρκεια: **2,5 ώρες**

Οδηγίες:

1. Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (για τα σχήματα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι).
2. Τα σχήματα των ασκήσεων να αντιγράφονται στη θέση που λύνεται η άσκηση.
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
5. Το δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 12 από τις 15 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **πέντε** μονάδες από τις **εκατό**.

1. Δίνεται η πρόοδος 7, 11, 15,....

Να βρείτε: α) το είδος της προόδου,
β) τον τριακοστό όρο της (a_{30}).

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $3^{x+2} = 27$

β) $\log_2 x = 6$

3. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν € 2000 μετά από 3 χρόνια με επιτόκιο 5 %.

4. Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι ίσο με $64\pi \text{ cm}^2$.

Να υπολογίσετε: α) την ακτίνα του κύκλου,
β) την περίμετρο του κύκλου.

5. Να δείξετε, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, ότι: $\frac{\log 2 + \log 8}{\log 12 - \log 3} = 2$

6. Κατά την διάρκεια των εκπρώσεων μια φωτοτυπική μηχανή αξίας €1500 πωλήθηκε προς €1200. Πόσο τοις εκατόν (%) ήταν η έκπτωση;

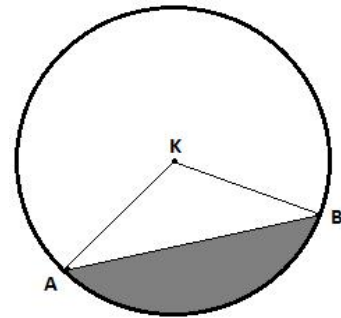
7. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(5x+6) - \log x = \log 2 + \log 3$

8. Να βρείτε το άθροισμα των απείρων όρων, Σ_{∞} , της προόδου 20, 10, 5, ...

9. Να βρείτε τη γωνία A ($A < 90^\circ$) τριγώνου ABΓ αν δίνονται :
 $\beta = 7 \text{ cm}$, $\gamma = 4 \text{ cm}$ και $E = 7\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

10. Κάποιος κέρδισε €12000 και αφού πλήρωσε τα χρέη του που ήταν το 25 % αυτού του ποσού, τα υπόλοιπα τα μοίρασε στα τρία του παιδιά ανάλογα με τις ηλικίες τους που ήταν 12, 15 και 18 χρονών αντίστοιχα. Πόσα χρήματα πήρε το κάθε παιδί;

11. Στο διπλανό σχήμα αν $R=10\text{ cm}$ και $\widehat{AKB}=150^\circ$
Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.

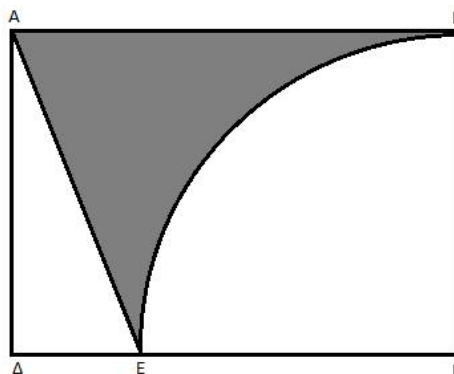


12. Σε Γεωμετρική Πρόοδο ο πρώτος όρος είναι 9 και ο τέταρτος όρος είναι 72.
Να σχηματίσετε την πρόοδο.

13. Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $a-2\gamma\sigma\upsilon\nu B=0$ να δείξετε ότι είναι ισοσκελές.

14. Οι αριθμοί $2a, 3a, 5a-4$ είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου και οι αριθμοί $3b-a, b+2, a+4$ είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου. Να βρείτε τα a και b .

15. Στο πιο κάτω σχήμα το ABΓΔ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με πλευρές $AB = 17\text{ cm}$, $AD = 12\text{ cm}$ και το BE είναι τόξο του κύκλου με κέντρο Γ και ακτίνα ΓΒ.
Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.



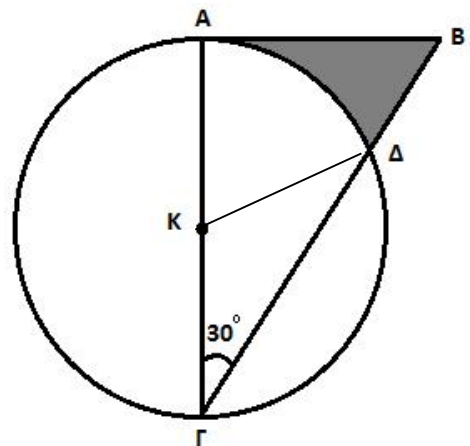
ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 4 από τις 6 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **δέκα** μονάδες από τις **εκατό**.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$

β) $2 \log x (\log x + 1) = 7 \log x - 2$

2. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του δευτέρου και του πέμπτου όρου της είναι 26 και το άθροισμα του τέταρτου και του έκτου όρου της είναι 38.
α) Να σχηματίσετε την πρόοδο αυτή.
β) Να βρείτε τον εκατοστό όρο της.
γ) Να βρείτε το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της.
3. Έμπορος εισήγαγε εμπορεύματα αξίας €32 000 και πλήρωσε φόρο εισαγωγής 30 %. Επιπλέον πλήρωσε € 1000 μεταφορικά. Ο έμπορος υπολόγισε το κέρδος του πάνω στο συνολικό κόστος και πώλησε τα εμπορεύματα για € 51 120. Να βρείτε το ποσοστό κέρδους του.
4. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\eta\mu A = 2\eta\mu B \sin \Gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές. Στη συνέχεια, αν $\beta = 12 \text{ cm}$ και $\alpha = 12\sqrt{3} \text{ cm}$ να υπολογίσετε τη γωνία Γ.
5. Το άθροισμα των απείρων όρων μιας Γ.Π. είναι 16, ενώ το άθροισμα του πρώτου και του δεύτερου όρου της είναι 12. Αν ο λόγος της $\lambda > 0$,
α) να σχηματίσετε την πρόοδο,
β) να βρείτε τον πέμπτο όρο της,
γ) να βρείτε το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της.
6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο Κ και ακτίνα $R = 3 \text{ cm}$. Η ΑΒ είναι εφαπτομένη του κύκλου και η ΒΓ τέμνουσα, η οποία σχηματίζει με την διάμετρο ΑΓ γωνία 30° . Να υπολογίσετε :
α) το εμβαδόν του τριγώνου ΓΚΔ,
β) την πλευρά ΑΒ
γ) το εμβαδόν του τριγώνου ΒΑΓ
δ) το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ :

ΤΑΞΗ : Β΄

ΧΡΟΝΟΣ : 2,5 ΩΡΕΣ

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες

ΟΔΗΓΙΕΣ :

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράφετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.

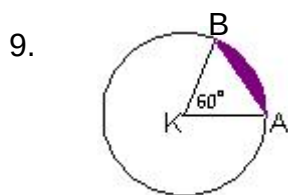
ΜΕΡΟΣ Α΄ :

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η πρόοδος 15 , 12 , 9 , 6 , Να βρείτε :
α) το είδος της προόδου
β) τον 21^ο όρο της.
2. Το μήκος της περιφέρειας κύκλου ισούται με 16πcm. Να βρείτε :
α) την ακτίνα
β) το εμβαδόν του κύκλου.
3. Τρεις φίλες αποφάσισαν να ανοίξουν ένα μαγαζί και να μοιράζονται τα κέρδη ανάλογα με τα χρήματα που έβαλε η καθεμιά. Η πρώτη έβαλε €6000 , η δεύτερη €10000 και η τρίτη €8000. Αν στο τέλος του πρώτου χρόνου κέρδισαν €3000 πόσα χρήματα θα πάρει η κάθε μια από τα κέρδη ;
4. Ποιο κεφάλαιο τοκίστηκε προς 8% για 2 χρόνια και έδωσε τόκο €960;
5. Να βρείτε το x , $x > 0$, ώστε οι όροι $x - 2$, $- 2x$, $5x + 6$ να είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου. Στη συνέχεια να βρείτε το λόγο λ της προόδου.
6. Να βρείτε την τιμή του x στις πιο κάτω ισότητες :
α) $\log_5 \frac{1}{125} = x$
β) $\log_x 9 = \frac{1}{2}$
7. Να επιλύσετε το τρίγωνο ABΓ , αν $\alpha = 4\text{cm}$, $\beta = 4\sqrt{2}\text{ cm}$ και $\hat{A} = 45^\circ$.

8. Σε γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος όρος είναι 24 και ο τρίτος όρος ισούται με $\frac{3}{2}$. Να βρείτε το άθροισμα των άπειρων όρων της προόδου αν $\lambda > 0$.



Το εμβαδόν του κύκλου στο διπλανό σχήμα ισούται με $64\pi\text{cm}^2$. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου κυκλικού τμήματος.

10. Έμπορος πώλησε τηλεόραση προς €570. Μετά την πώληση κατάλαβε ότι έκανε λάθος και ζήτησε 5%. Πόσο έπρεπε να πωλήσει την τηλεόραση για να κερδίσει 20% ;

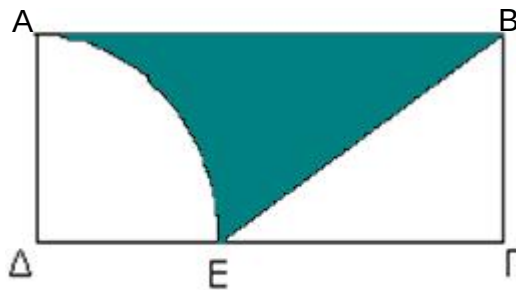
11. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = \frac{\log 64 - \frac{1}{2} \log 16}{\log 32 + \log 8}$

12. Κάποιος ξοδεύει το 30% του μισθού του και φυλάει τα υπόλοιπα €1260 κάθε μήνα.
 α) Να βρείτε το μισθό του
 β) Πόσο τόκο θα πάρει αν τοκίσει τα χρήματα που φύλαξε σε ένα χρόνο, με επιτόκιο 6% για ένα χρόνο και τέσσερις μήνες (με απλό τόκο).

13. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $2Rh\sin B \sin \Gamma - g \sin B = \frac{b^2 - g^2}{a}$.

14. Να λύσετε την εξίσωση $\log^2(x-5) - 3\log(x-5) + 2 = 0$.

15. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ABΓΔ με $AB = 14\text{cm}$ και $AD = 6\text{cm}$.
 Να βρείτε το εμβαδό του μικτόγραμμου τριγώνου ABE



ΜΕΡΟΣ Β' :

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο ο ένατος όρος είναι πενταπλάσιος του δεύτερου και το άθροισμα του τρίτου και του έκτου όρου είναι ίσο με 34.
 α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
 β) Πόσους όρους πρέπει να πάρουμε ώστε να έχουμε άθροισμα 820 ;

2. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ έχουμε ότι $\hat{B} = 30^\circ$ και $a = 2b$.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες A και Γ

β) Να δείξετε ότι $E = \frac{\sqrt{3}}{2} b^2$

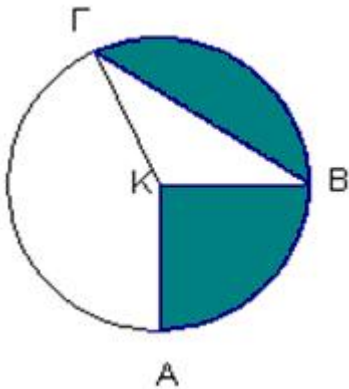
3. Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $\frac{1}{2} \log(x-9) + \log \sqrt{10x} = 1$

β) $2 \cdot 4^x - 7 \cdot 2^x + 3 = 0$

4. Κάποιος κληρονόμησε ένα χρηματικό ποσό . Πλήρωσε 10% φόρο κληρονομιάς και τα υπόλοιπα τα κατέθεσε στην τράπεζα με επιτόκιο 5%. Μετά από 3 χρόνια πήρε συνολικά €41400. Να βρείτε το ποσό που κληρονόμησε.

5. Στο διπλανό σχήμα δίνονται : $KB = 6\text{cm}$, $B\Gamma = 6\sqrt{3}\text{cm}$, $\hat{A\hat{K}B} = 90^\circ$



Να βρείτε: α) το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους του κύκλου
β) την περίμετρο του κυκλικού τομέα KAB .

6. Ο κύριος Γιώργος αγόρασε ένα σπίτι για €260000. Έδωσε και €15000 για να το ανακαινίσει. Μετά αποφάσισε να το πωλήσει.

α) Πόσα πρέπει να το πωλήσει για να έχει κέρδος 30% πάνω στο συνολικό κόστος;

β) Αν κάποιος αγοραστής του προσφέρει €341000 , να υπολογίσετε το ποσοστό του κέρδους που θα έχει ο κύριος Γιώργος πάνω στο συνολικό κόστος.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Β΄ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΧΡΟΝΟΣ : 2.30΄

ΟΔΗΓΙΕΣ :

- α) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο σελίδες.
- β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, που φέρει την σφραγίδα του σχολείου.
- γ) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
- δ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- ε) Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνεται ο τρόπος επίλυσής τους.
- στ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

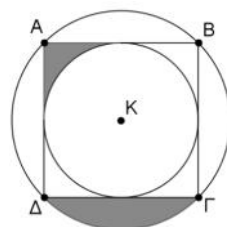
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η πρόοδος: 2, 8, 14, 20, Να βρείτε το είδος της προόδου και τον εικοστό πέμπτο όρο της .
2. Δίνεται κύκλος με εμβαδό $81\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε:
(α) την ακτίνα του και
(β) το μήκος της περιφέρειας του.
3. Να λύσετε τις εξισώσεις: (α) $\log_3 x = 4$, (β) $2^{2x+1} = 8$.
4. Η απόσταση δύο πόλεων είναι 900Km. Να βρείτε σε cm, την απόσταση τους σε χάρτη με κλίμακα 1:2500000.
5. Να βρείτε το κεφάλαιο που όταν τοκιστεί για 3 χρόνια με επιτόκιο 6% μας δίνει τόκο €900.
6. Να υπολογίσετε χωρίς την χρήση υπολογιστικής μηχανής την τιμή της παράστασης:
$$A = \frac{\log 9 + \log 4}{\log 18 - \log 3}$$
 .
7. Σε τρίγωνο ABΓ η γωνία $A = 30^\circ$. Να δείξετε ότι ισχύει: $\frac{\beta + \gamma}{2\alpha} = \eta\mu B + \eta\mu \Gamma$.
8. Ένας υπολογιστής αξίας €600 την περίοδο των εκπτώσεων πωλείται 20% φθηνότερα. Πόσο θα μας κοστίσει τελικά, αν τον αγοράσουμε την περίοδο των εκπτώσεων πληρώνοντας Φ.Π.Α 15% στην τιμή αγοράς;
9. Κυκλικός τομέας γωνίας 135° έχει εμβαδόν $6\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε:
(α) την ακτίνα του,
(β) την περίμετρο του.
10. Να επιλύσετε το τρίγωνο ABΓ όταν δίνονται: $\hat{\Gamma} = 60^\circ$, $\alpha = 4\text{cm}$ και $\beta = 2\text{cm}$.
11. Να υπολογίσετε το άθροισμα: $1 + 4 + 7 + \dots + 46$.

12. Σε γεωμετρική πρόοδο το άθροισμα των απείρων όρων της είναι διπλάσιο του πρώτου όρου της και ο πέμπτος όρος της είναι ίσος με 1. Να σχηματίσετε την πρόοδο και να βρείτε το άθροισμα των 5 πρώτων όρων της.
13. Κάποιος κατέθεσε €6000 με σύνθετο τόκο για 10 χρόνια. Να βρείτε το επιτόκιο αν τα χρήματα γίνουν €12953,55.
14. Να λύσετε την εξίσωση: $\log[\log(x^2-3x)]=0$.
15. Ισοσκελές τρίγωνο ABΓ (AB=ΑΓ) έχει εμβαδό $E=16\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Αν η γωνία $A=120^\circ$, να υπολογίσετε τις πλευρές του.

ΜΕΡΟΣ Β' : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε μια Αριθμητική Πρόοδο το άθροισμα των πρώτων τεσσάρων όρων της είναι **-12** και η διαφορά του 4^{ου} όρου της από τον 9^{ον} είναι 20.
 (α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
 (β) Να βρείτε το πλήθος n των πρώτων όρων της προόδου αυτής που δίνουν άθροισμα 90.
2. α) Να λύσετε την εξίσωση: $4 \cdot 9^{x-1} - 3^{x+1} - 9 = 0$
 β) Να βρείτε την τιμή του x ώστε οι αριθμοί: $\log 2$, $\log x$, $\log(12 - x)$ να είναι διαδοχικοί όροι Α.Π.
3. α) Ο λόγος δύο ομόλογων πλευρών δύο ομοίων πολυγώνων είναι $\frac{2}{3}$. Αν η περίμετρος του ενός είναι 18 cm μικρότερη από την περίμετρο του άλλου, να υπολογίσετε τις δύο περιμέτρους.
 β) Σε ένα τρίγωνο ισχύει η σχέση: $\eta\mu B = 2\eta\mu\Gamma \sigma\upsilon\nu A$. Να δείξετε ότι είναι ισοσκελές.
4. Τα $\frac{3}{4}$ ενός κεφαλαίου τοκίστηκαν προς 5% για 3 χρόνια και έγιναν μαζί με τους τόκους €3450. Προς ποιο επιτόκιο πρέπει να τοκιστεί ολόκληρο το κεφάλαιο για 30 μήνες ώστε να δώσει τόκο €200 περισσότερο από τον προηγούμενο τόκο;
5. Ένας έμπορος αγόρασε εμπόρευμα και το πώλησε με κέρδος 12%. Με τα χρήματα που εισέπραξε αγόρασε άλλο εμπόρευμα που το πώλησε με ζημιά €3920. Τελικά από τις δυο πωλήσεις κέρδισε €2080.
 (α) Πόσο είχε αγοράσει το αρχικό εμπόρευμα;
 (β) Το κέρδος το μοίρασε στα τρία παιδιά του ανάλογα με τις ηλικίες τους που ήταν έξι, οκτώ, και δώδεκα χρονών. Να βρείτε το ποσό που πήρε το κάθε παιδί.
6. Στο σχήμα τετράγωνο ABΓΔ είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο (Κ, R) και περιγεγραμμένο στον κύκλο (Κ, ρ). Αν η περίμετρος του τετραγώνου είναι 8cm να βρείτε:
 α) τις ακτίνες των δύο κύκλων
 β) το εμβαδόν των σκιασμένων χωρίων.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Μαθηματικά

Τάξη Β'

Ώρα: 10.30-13.00

Χρόνος: 2 ώρες και 30 λεπτά

Οδηγίες:

1. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου
3. Δεν επιτρέπεται να γράφετε με μολύβι παρά μόνο με μπλε πένα
4. Δεν επιτρέπεται να δανείζετε οτιδήποτε από συμμαθητές σας
5. Κατοχή κινητού τηλεφώνου = δολίευση
6. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται συνολικά από 4 σελίδες
8. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι
9. Να δικαιολογείτε τις απαντήσεις όπου χρειάζεται.

ΜΕΡΟΣ Α' :

Να λύσετε ΜΟΝΟ 12 από τα 15 θέματα.

Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με πέντε ($\frac{5}{100}$) μονάδες.

1. Δίνεται η πρόοδος: 2, 5, 8, 11, ...

Να βρείτε το είδος της προόδου και τον 15^{ον} όρο της.

2. Να λύσετε την εξίσωση $\log_x 9 = 2$,

3. Να υπολογίσετε το μήκος και το εμβαδόν κύκλου, ακτίνας 8 cm.
(Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π).

4. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με α=3cm, γ=6cm και $\hat{B} = 30^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

5. Να λύσετε την εξίσωση $\log(\chi + 3) + \log \chi = 1$

6. Να βρείτε τον τόκο κεφαλαίου €3600 τοκίζόμενο με επιτόκιο 5% για 4 μήνες.

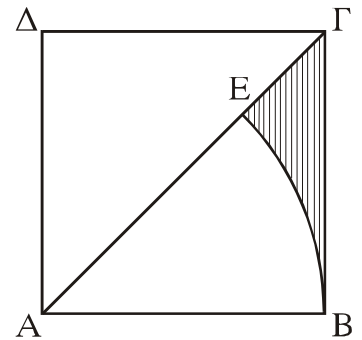
7. Να λύσετε την εξίσωση $4^{2\chi-3} = 8^{\chi+2}$

8. Ποσό € 900 μοιράστηκε στους 3 πρώτους νικητές ενός διαγωνισμού ανάλογα με τις σωστές απαντήσεις που έδωσαν. Αν ο πρώτος έδωσε 18 σωστές απαντήσεις, ο δεύτερος 15 και ο τρίτος 12, να βρείτε πόσα λεφτά πήρε ο καθένας.

9. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο κυκλικού τομέα επίκεντρης γωνίας 30° , κύκλου ακτίνας 6cm. (Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π).

10. Αυτοκίνητο που κοστίζει €8000, πωλείται με έκπτωση 20%. Να βρείτε πόσο πρέπει να πουληθεί μαζί με το Φ.Π.Α, αν ο συντελεστής του Φ.Π.Α είναι 19 %.

11. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο, του οποίου το μήκος της διαγωνίου $A\Gamma$ είναι $6\sqrt{2}$ cm. Με κέντρο την κορυφή A και ακτίνα AB γράφουμε τόξο που τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο E . Να υπολογίσετε το εμβαδόν του μεικτόγραμμου τριγώνου $EB\Gamma$. (Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π).



12. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση

$$2R\eta\mu B - 2\alpha\sigma\upsilon\nu\Gamma = \frac{\gamma^2 - \alpha^2}{\beta}$$

13. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος το άθροισμα των απείρων όρων της είναι διπλάσιο του πρώτου όρου της και το άθροισμα των δύο πρώτων όρων της είναι 9. Να σχηματίσετε την πρόοδο.

14. Έμπορας αγόρασε μηχανήματα αξίας €3000 και πλήρωσε επιπλέον κόστος μεταφοράς 12% πάνω στην αξία των μηχανημάτων.

Να υπολογίσετε:

α) Το κόστος μεταφοράς.

β) Πόσα πρέπει να πωλήσει τα μηχανήματα για να έχει κέρδος 15% πάνω στο συνολικό κόστος.

15. Να υπολογίσετε το άθροισμα $2+6+18+\dots+1458$

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε ΜΟΝΟ 4 από τα 6 θέματα.

Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με δέκα ($\frac{10}{100}$) μονάδες.

1. Ένας έμπορας πούλησε εμπορεύματα και εισέπραξε συνολικά με το Φ.Π.Α €28560. Αφού πλήρωσε στο κράτος το Φ.Π.Α με συντελεστή 19% κατάθεσε τα υπόλοιπα χρήματα του στη τράπεζα ως εξής. Τα $\frac{3}{8}$ των χρημάτων του προς 5% και τα υπόλοιπα προς 8%. Πόσα χρόνια πρέπει να τοκιστούν τα χρήματα του ώστε να πάρει συνολικά τόκο €6600.

2. Σε αύξουσα αριθμητική πρόοδο το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της είναι 50 και η διαφορά του τρίτου από τον έβδομο όρο της είναι 8.

α) Να σχηματίσετε την πρόοδο

β) Να υπολογίσετε το άθροισμα $\alpha_{31} + \alpha_{32} + \dots + \alpha_{50}$

3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται $\widehat{B\hat{A}\Gamma} = 90^\circ$

$AG = 4\alpha$ cm, $\hat{\Gamma} = 45^\circ$ και AD τόξο

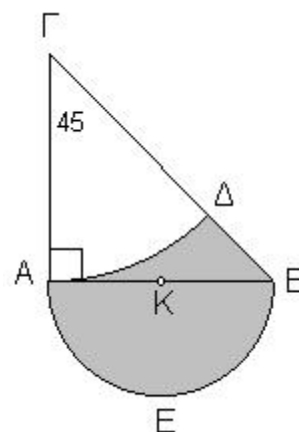
με κέντρο Γ και ακτίνα ΓA .

Να υπολογίσετε:

α) Το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής $AEB\Delta A$ συναρτήσκει του α .

β) Την περίμετρο της γραμμοσκιασμένης περιοχής $AEB\Delta A$ συναρτήσκει του α .

(Η απάντηση να δοθεί συναρτήσκει του π).



4. α) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $\hat{\Gamma} = 120^\circ$ και εμβαδόν $E = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

Να υπολογίσετε όλες τις πλευρές του τριγώνου.

β) Να αποδείξετε ότι αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση

$$\gamma^2 - 2\beta\gamma\cos\alpha = 4R^2(1 - \sin\Gamma)(1 + \sin\Gamma)$$

τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

5. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ($\lambda > 0$), το άθροισμα των άπειρων όρων της είναι ίσο με 128 και το άθροισμα των τεσσάρων πρώτων όρων της είναι ίσο με 120.
- α) Να σχηματίσετε τη γεωμετρική πρόοδο.
- β) Να βρείτε 6 αριθμούς τους οποίους αν παρεμβάλετε μεταξύ του πρώτου και του έβδομου όρου της γεωμετρικής προόδου, να αποτελούν όλοι μαζί διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.
6. α) Αν $2, \lambda \log x, 4 + \lambda \log x$ είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου, να υπολογίσετε το x .
- β) Να λύσετε την εξίσωση $\log x^2 + \log x^5 + \log x^8 + \dots + \log x^{32} = 561$