

ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΚΩΝΙΚΕΣ ΤΟΜΕΣ

ΒΑΘΜΟΣ :

Ημερομηνία : 03/ 03/2011

Υπ. Κηδ:.....

Διάρκεια : 75'

Υπ. Καθ :.....

Τμήμα : Σ31

Ονοματεπώνυμο _ _ _ _ _

1) Να βρείτε:

α) τις συντεταγμένες της εστίας και την εξίσωση της διευθετούσας της παραβολής $y^2 = -24x$.

β) την εξίσωση της παραβολής που έχει εστία $E(1,2)$ και διευθετούσα $\delta: x+1=0$.

[12]

2) Δίνεται η ισοσκελής υπερβολή $xy = 2$. Να βρείτε:

α) την εξίσωση της εφαπτομένης (ϵ) στο $A(2, 1)$.

β) να δείξετε ότι το σημείο $B(-4,4)$ ανήκει στην εφαπτομένη (ϵ) και στην συνέχεια

γ) να βρείτε την εξίσωση της άλλης εφαπτομένης που φέρεται από το σημείο B .

[16]

3) Δίνεται η παραβολή $y^2 = 12x$ και τα σημεία της $P(3p^2, 6p)$ και $Q(3t^2, 6t)$.

α) Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης στο P είναι $x - py + 3p^2 = 0$.

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής Σ των εφαπτομένων στα P και Q .

γ) Αν οι εφαπτόμενες στα P και Q τέμνονται επί της ευθείας $x + 12 = 0$, να δείξετε ότι $\angle P \hat{O} Q = 90^\circ$.

δ) Να βρείτε την εξίσωση του σχήματος στο οποίο ανήκει ο γεωμετρικός τόπος του μέσου της PQ , όταν το Σ βρίσκεται στην παραβολή $x^2 = 2y$.

[24]

4) Δίνεται η έλλειψη $4x^2 + 9y^2 = 36$ και το σημείο της $P(3\sigma\upsilon\nu\theta, 2\eta\mu\theta)$. Η ευθεία $x = 3\sigma\upsilon\nu\theta$ τέμνει τον άξονα των x στο N . Προεκτείνουμε την NP κατά τμήμα $PT = 2NP$.

α) Να δείξετε ότι ο γεωμετρικός τόπος του σημείου T είναι η έλλειψη $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1$.

β) Να δείξετε ότι η εξίσωση της καθέτου στο P είναι $2y\sigma\upsilon\nu\theta = 3x\eta\mu\theta - 5\eta\mu\theta\sigma\upsilon\nu\theta$.

γ) Η κάθετος στο $P(3\sigma\upsilon\nu\theta, 2\eta\mu\theta)$, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, τέμνει τον άξονα των x στο σημείο K .

Αν E είναι το εμβαδόν του τριγώνου KPT , να δείξετε ότι $E \leq \frac{4}{3}$. [22]

5) Δίνεται η παραβολή $y^2 = 4ax$ και η εφαπτόμενη στο σημείο της $P(\alpha t^2, 2\alpha t)$ είναι $ty = x + \alpha t^2$. Από το O (αρχή των αξόνων) φέρουμε OA κάθετη πάνω στην εφαπτομένη.

Αν η κάθετη προεκταθεί, τέμνει την παραβολή στο B . Να δείξετε ότι:

α) Το B έχει συντεταγμένες $\left(\frac{4a}{t^2}, -\frac{4a}{t}\right)$ και

β) $(OA)(OB) = 4a^2$. [18]

6) Δίνεται η έλλειψη $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Η εφαπτομένη της έλλειψης στο σημείο που η διχοτόμος του πρώτου τεταρτημόριου τέμνει την έλλειψη έχει κλίση $-\frac{1}{2}$.

Να βρείτε την εκκεντρότητα της έλλειψης. [8]

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!