

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Θέμα: Παραβολή-Έλλειψη-Ισοσκελής Υπερβολή

Ημερομηνία: 28/03/2012

Διάρκεια: 40 '

Ονοματεπώνυμο: _____

Αρ.: _____ Τμήμα: _____

1) Δίνεται η παραβολή $\psi^2 = 12x$. Να βρείτε:

α) τις συντεταγμένες της εστίας και την εξίσωση της διευθετούσας της

β) την εξίσωση της κάθετης στο σημείο της $B(3, 6)$

γ) τη θέση του σημείου $(4, -7)$ ως προς την παραβολή

δ) την τιμή του m ώστε η ευθεία $x + \psi + m = 0$ να εφάπτεται της παραβολής και να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου επαφής.

ε) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων της παραβολής που άγονται από το σημείο $(-3, 0)$. (β.30)

2) Δίνεται η ισοσκελής υπερβολή $x\psi = c^2$ και το σημείο της P .

α) Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης της στο P είναι $x + t^2\psi - 2ct = 0$.

β) Να δείξετε ότι η εξίσωση της κάθετης της στο P είναι $t^3x - t\psi = ct^4 - c$.

γ) Η εφαπτομένη τέμνει τον άξονα των ψ στο B και η κάθετη τον άξονα των x στο A .
Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο του μέσου M του AB .

δ) Αν το εμβαδό του τριγώνου OAB είναι $\frac{15c^2}{16}$ τ.μ να βρείτε την τιμή του t . (β.30)

3) α) Να δώσετε τον ορισμό της έλλειψης

β) Δίνεται η έλλειψη με εξίσωση $\frac{x^2}{9} + \frac{\psi^2}{4} = 1$ και εστίες E και E' . Χρησιμοποιώντας τον ορισμό της έλλειψης ή με οποιονδήποτε άλλο τρόπο να δείξετε ότι η περίμετρος του τριγώνου TDE είναι ίση με 12 μ., αν TD είναι η εστιακή χορδή που περνά από την E' . (β.20)

4) Δίνεται η έλλειψη $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1$.

α) Να δείξετε ότι το σχήμα στο οποίο ανήκει ο γεωμετρικός τόπος των μέσων των χορδών της έλλειψης με κλίση λ , $\lambda \neq 0$, είναι ευθεία (ϵ) με εξίσωση $\psi = -\frac{\beta^2}{\lambda\alpha^2}x$.

β) Η ευθεία (ϵ) τέμνει την έλλειψη σε δύο σημεία. Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της έλλειψης σε οποιοδήποτε από αυτά έχει κλίση λ . (β.20)