

ΒΑΘΜΟΣ:.....

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: / 02 / 12

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ :

1. Δίνεται η παραβολή $\psi^2 = \rho\chi$ και το σημείο της $N(\rho, \rho)$.
- α) Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης της στο σημείο N είναι: $\chi - 2\psi + \rho = 0$
 - β) Η εφαπτομένη αυτή τέμνει τους άξονες $O\chi$ και $O\psi$ στα σημεία A και B αντίστοιχα. Να βρεθούν συναρτήσει του ρ οι συντεταγμένες των A και B.
 - γ) Αν το εμβαδόν του τριγώνου OAB είναι ίσο με 2 τ.μ., να βρεθεί ο ρ . (β.25)

2. Δίνεται η παραβολή $y^2 = 8x$ και τα σημεία της $A(2t^2, 4t)$ και $B(2\rho^2, 4\rho)$.
- α) Αν η χορδή AB περνά από το σημείο $\Gamma(4, 0)$ να δείξετε ότι $t\rho = -2$.
 - β) Οι εφαπτόμενες της παραβολής στα σημεία A και B τέμνονται στο σημείο M. Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο του σημείου M. (β.25)

3. Δίνεται η έλλειψη $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$
- α) Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο $\Gamma(5\cos\theta, 4\sin\theta)$ αυτής είναι $4x\cos\theta + 5y\sin\theta = 20$
 - β) Αν η εφαπτομένη αυτή τέμνει τις εφαπτόμενες της έλλειψης στις κορυφές A' και A στα σημεία Δ και Ζ αντίστοιχα, να δείξετε ότι $ZE \perp \Delta E$. (E η εστία της έλλειψης) (β.25)

4. Δίνεται η υπερβολή $\chi\psi = c^2$ και τα σημεία της $A(c\rho, \frac{c}{\rho})$ και $B(c\lambda, \frac{c}{\lambda})$.
- α) Αν η AB περνά από το σημείο $(3, 0)$, να δείξετε ότι $c(\rho + \lambda) = 3$
 - β) Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης στο A είναι $\chi + \rho^2\psi = 2c\rho$ και της κάθετης στο B είναι $\lambda^3\chi - \lambda\psi = c\lambda^4 - c$.
 - γ) Η εφαπτομένη στο A τέμνει τον άξονα των χ στο K και η κάθετη στο B τέμνει τον άξονα των ψ στο N. Να βρεθεί η εξίσωση του σχήματος στο οποίο ανήκει ο γ. τ. του μέσου M του τμήματος KN. (β.25)