

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Θέμα: Παραβολή-Έλλειψη-Ισοσκελής Υπερβολή

Ημερομηνία: 29/03/2012

Διάρκεια: 40 '

Ονοματεπώνυμο: _____

Αρ.: _____ Τμήμα: _____

1) Δίνεται η έλλειψη με εξίσωση $x^2 + 2y^2 = 8$. Να βρείτε:

- α) Τις συντεταγμένες των εστιών.
- β) Την εκκεντρότητα.
- γ) Τις εξισώσεις των διευθετούσων.
- δ) Την τιμή του κ έτσι ώστε η ευθεία $y = 2x + \kappa$ να εφάπτεται της έλλειψης.

(β.20)

2) Δίνεται η ισοσκελής υπερβολή $xy = c^2$ και το σημείο της P .

- α) Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης της στο P είναι $x + t^2y - 2ct = 0$.
- β) Να δείξετε ότι η εξίσωση της κάθετης της στο P είναι $t^3x - ty = ct^4 - c$.
- γ) Η εφαπτομένη τέμνει τον άξονα των y στο B και η κάθετη τον άξονα των x στο A. Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο του μέσου M του AB.

δ) Αν το εμβαδό του τριγώνου OAB είναι $\frac{15c^2}{16}$ τ.μ να βρείτε την τιμή του t. (β.30)

3) α) Να δώσετε τον ορισμό της παραβολής.

β). Δίνεται η παραβολή $y^2 = 4ax$ με εστία E και $A(at^2, 2at)$, $t \neq 0$, ένα σημείο της παραβολής. Η εφαπτομένη της παραβολής στο A τέμνει τους άξονες των X και Y στα σημεία B και Γ αντίστοιχα. Η ευθεία ΕΓ συναντά τη διευθετούσα της παραβολής στο σημείο Δ. Να δείξετε ότι:

- i) Το Γ είναι μέσο του AB.
- ii) Το ΑΕΒΔ είναι ρόμβος.

(β.30)

4) Δίνεται η έλλειψη $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$.

α) Να δείξετε ότι το σχήμα στο οποίο ανήκει ο γεωμετρικός τόπος των μέσων των χορδών της έλλειψης με κλίση λ , $\lambda \neq 0$, είναι ευθεία (ε) με εξίσωση $y = -\frac{\beta^2}{\lambda\alpha^2}x$.

β) Η ευθεία (ε) τέμνει την έλλειψη σε δύο σημεία. Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της έλλειψης σε οποιοδήποτε από αυτά έχει κλίση λ . (β.20)