

Διαγώνισμα στις κωνικές τομές

Τμήμα : Γ1,Γ2
Ημερομηνία 1/03/2011

Βαθμός:.....
Υπ.Καθ.:.....
Υπ.Κηδ.:.....

Ονοματεπώνυμο : Αρ.

1. Να βρείτε δύο εξισώσεις ελλείψεων που να έχουν εκκεντρότητα $\frac{3}{5}$ και εστιακή απόσταση 12 μονάδων. Στη συνέχεια να τις κατασκευάσετε και να γράψετε στην κάθε περίπτωση τις εξισώσεις των διευθετούσών της. [16]

2. Δίνεται η παραβολή $y^2 = 4x$.

(α) Να βρείτε το γ ώστε η ευθεία : $3y - 2x = \gamma$ να εφάπτεται της παραβολής .

(β) Να βρείτε την εξίσωση της καθέτου της παραβολής στο σημείο της $P(p^2, 2p)$.

(γ) Αν η κάθετη τέμνει ξανά την παραβολή στο $Q(q^2, 2q)$, να δείξετε ότι: $q = -\left(p + \frac{2}{p}\right)$.

(δ) Αν η γωνία $POQ = 90^\circ$ να δείξετε ότι $p = \pm\sqrt{2}$. [22]

- 3.(α) Αν $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ είναι δύο τυχαία σημεία της παραβολής $y^2 = 2px, p \neq 0$ έτσι ώστε η χορδή AB να είναι εστιακή, να δείξετε ότι $y_1 \cdot y_2 = -p^2$.

(β) Να βρείτε την εξίσωση της καμπύλης του γεωμετρικού τόπου των μέσων M των χορδών AB και να την χαρακτηρίσετε. [16]

4. Δίνεται η ισοσκελής υπερβολή $xy = c^2$ και τα σημεία της $A\left(ct, \frac{c}{t}\right)$ και $B\left(cp, \frac{c}{p}\right)$.

Οι εφαπτόμενες της υπερβολής στα A και B τέμνονται στο Γ.

(α) Να δείξετε ότι οι συντεταγμένες του Γ είναι $\left(\frac{2ctp}{p+t}, \frac{2c}{p+t}\right)$.

(β) Να βρείτε την εξίσωση του σχήματος στο οποίο ανήκει ο γεωμετρικός τόπος του σημείου Γ αν το μέσο της AB βρίσκεται στην ευθεία $y = 2x + 1$. [22]

5. Η εφαπτομένη και η κάθετη της έλλειψης $\frac{\chi^2}{18} + \frac{\Psi^2}{9} = 1$ στο σημείο της $P(3\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu\theta, 3\eta\mu\theta)$

τέμνουν τον άξονα των ψ στα σημεία T και N αντίστοιχα.

(α) Να δείξετε ότι (OT).(ON) είναι ανεξάρτητο από τη θέση του P.

(β) Να δείξετε επίσης ότι ο κύκλος που περνά από τα σημεία P, T και N έχει κέντρο το σημείο K με

συντεταγμένες $\left(0, \frac{3\sigma\upsilon\nu^2\theta}{2\eta\mu\theta}\right)$.

(γ) Αν το Λ είναι το σημείο στην προέκταση του PK έτσι ώστε το K να είναι μέσο του PA, να βρείτε την

εξίσωση στην οποία ανήκει ο γεωμετρικός τόπος του σημείου Λ.

[24]

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !