

Βαθμός:

Σχολική Χρονιά 2011-2012

Υπογραφή Καθηγήτριας.....

Διαγώνισμα στα Μαθηματικά

Υπογραφή Κηδεμόνα:

Θέμα: Παραβολή-Έλλειψη-Ισοσκελής υπερβολή

Ημερομηνία: 30/03/12

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Γ₅

Καλή Επιτυχία!!!

1. Να δώσετε τον ορισμό της παραβολής και να δείξετε ότι, με βάση τον ορισμό αυτό, η εξίσωση της παραβολής με εστία $E(a, 0)$ και διευθετούσα $x = -a$ είναι η $y^2 = 4ax$. (β. 2)
2. Δίνεται η παραβολή $y^2 = 12x$. Αν η έλλειψη $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ περνά από το σημείο $(0, 4)$ και η μια εστία της συμπίπτει με την εστία της παραβολής, να βρείτε τα a και b . (β. 4)
3. Δίνεται η ισοσκελής υπερβολή $x\psi = c^2$ και τυχαίο σημείο της $P\left(ct, \frac{c}{t}\right)$.
 - α) Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης της στο P είναι $x + t^2\psi - 2ct = 0$.
 - β) Να δείξετε ότι η εξίσωση της κάθετης της στο P είναι $t^3x - t\psi = ct^4 - c$.
 - γ) Η εφαπτομένη τέμνει τον άξονα των ψ στο B και η κάθετη τον άξονα των x στο A . Να βρείτε την εξίσωση του σχήματος στο οποίο ανήκει γεωμετρικός τόπος του μέσου M του AB .
 - δ) Αν το εμβαδόν του τριγώνου OAB είναι $\frac{15c^2}{16}$ τ.μ να βρείτε τις ακέραιες τιμές του t . (β. 1, 1, 2, 1)
4. Δίνεται η παραβολή $y^2 = 4ax$, $a > 0$ και η εστιακή χορδή PK . Η εφαπτομένη της παραβολής στο P τέμνει τον άξονα των y στο A και την διευθετούσα στο B . Να δείξετε ότι $BK \parallel AE$. (β. 4)
5. Δίνεται η έλλειψη $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. Σε τυχαίο σημείο της Γ (2συνθ, ημθ) φέρουμε την εφαπτομένη της έλλειψης και την OZ κάθετη πάνω στην εφαπτομένη. (Ο η αρχή των αξόνων και Z σημείο της εφαπτομένης). Η κάθετη από το Γ πάνω στον Ox τέμνει την προέκταση της OZ στο σημείο M . Να δείξετε ότι η εξίσωση του σχήματος στο οποίο ανήκει ο γεωμετρικός τόπος του M είναι έλλειψη και να υπολογίσετε την εκκεντρότητά της. (β. 5)