

ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Τάξη : Γ' Ενιαίου Λυκείου (Κατεύθυνση)

Τμήμα : Ημερομηνία : 21/ 02 / 2012

1. α) Να δώσετε τον ορισμό της έλλειψης .

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των εστιών , των κορυφών , την εκκεντρότητα , και τις εξισώσεις των διευθετουσών της έλλειψης $\frac{\chi^2}{25} + \frac{\psi^2}{9} = 1$. μον. 3

2.. Δίνεται η έλλειψη με εξίσωση : $\frac{\chi^2}{4} + \frac{\psi^2}{12} = 1$.

Να δείξετε ότι το σημείο $T (-1 , 3)$ βρίσκεται πάνω στην έλλειψη και να γράψετε την εξίσωση της εφαπτομένης της έλλειψης στο σημείο αυτό . μον.4

3. Δίνεται η έλλειψη $\frac{\chi^2}{16} + \frac{\psi^2}{4} = 1$. Η εφαπτομένη στο σημείο $T(4\sigma\upsilon\nu\theta , 2\eta\mu\theta)$ τέμνει τους άξονες χ , ψ στα σημεία Γ και Δ αντίστοιχα . Να βρείτε τον γ.τ. του μέσου M του $\Gamma\Delta$. μον.4

4. Δίνεται η έλλειψη $\frac{\chi^2}{\alpha^2} + \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1$. Η κάθετη στην εστία E τέμνει την έλλειψη στο P . Η εφαπτομένη στο P τέμνει τον άξονα των ψ στο M . Να δείξετε ότι η $E'M$ είναι κάθετη στην εφαπτομένη. μον.4

5. Η κάθετος της έλλειψης $\frac{\chi^2}{\alpha^2} + \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1$, $\alpha > \beta > 0$, στο σημείο $P(\alpha\sigma\upsilon\nu\theta, \beta\eta\mu\theta)$ τέμνει τον άξονα των χ στο A . Η κάθετος στον άξονα των χ από το A συναντά την OP στο B .

α) Να δείξετε ότι η εξίσωση της κάθετης της έλλειψης στο P είναι :

$$\alpha\eta\mu\theta\chi - \beta\sigma\upsilon\nu\theta\psi = (\alpha^2 - \beta^2)\eta\mu\theta\sigma\upsilon\nu\theta$$

β) Να βρείτε τον γ.τ. του σημείου B . μον.5

ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Τάξη : Γ' Ενιαίου Λυκείου (Κατεύθυνση)

Τμήμα : Ημερομηνία : 13/ 02 / 2012

1. α) Να δώσετε τον ορισμό της έλλειψης .

β) Δίνεται η έλλειψη $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1$, $\alpha > \beta$. Αν η εστιακή απόσταση είναι $E'E = 6$ μονάδες και το μήκος του μικρού άξονα είναι $B'B = 8$ μονάδες να βρείτε τα α και β και την εκκεντρότητα της .

μον. 3

2. Δίνεται η έλλειψη: $x^2 + 2\psi^2 = 8$. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων της έλλειψης που είναι κάθετες στην ευθεία $\psi = -\frac{1}{2}x + 7$.

μον.4

3. Δίνεται η έλλειψη με εξίσωση : $2x^2 + \psi^2 = 33$.

Να δείξετε ότι το σημείο $T(4, -1)$ βρίσκεται πάνω στην έλλειψη και να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της έλλειψης στο σημείο αυτό .

μον.4

4. Δίνεται η έλλειψη $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1$. Η κάθετη στην εστία E τέμνει την έλλειψη στο P . Η εφαπτομένη στο P τέμνει τον άξονα των ψ στο M . Να δείξετε ότι η $E'M$ είναι κάθετη στην εφαπτομένη. μον.4

5. Δίνεται η έλλειψη $\frac{x^2}{16} + \frac{\psi^2}{9} = 1$,

α) Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης της έλλειψης στο σημείο $P(4\sigma\upsilon\nu\theta, 3\eta\mu\theta)$ είναι : $3x\sigma\upsilon\nu\theta + 4\psi\eta\mu\theta = 12$

β) Να δείξετε ότι η εξίσωση της κάθετης της έλλειψης στο σημείο $P(4\sigma\upsilon\nu\theta, 3\eta\mu\theta)$ είναι : $4x\eta\mu\theta - 3\psi\sigma\upsilon\nu\theta = 7\eta\mu\theta\sigma\upsilon\nu\theta$.

γ) Η κάθετη της έλλειψης στο σημείο $P(4\sigma\upsilon\nu\theta, 3\eta\mu\theta)$ συναντά τους άξονες των x και ψ στα σημεία A και B αντίστοιχα . Ναδειχθεί ότι η εξίσωση της καμπύλης πάνω στην οποία βρίσκεται ο γεωμετρικός τόπος του μέσου M του AB είναι έλλειψη με την ίδια εκκεντρότητα όπως η αρχική .

μον.5