

ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: 20/01/2011

ΒΑΘΜΟΣ:

Διάρκεια: 60'

Υπ. Καθ:

Τμήμα: Γ'1

Υπ. Κηδ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

1. Να υπολογίσετε τα πιο κάτω ολοκληρώματα:

$$\alpha) \int (e^{3x} + \frac{2}{x^3} - \sqrt[3]{2x} + e^{\pi}) dx \quad (8)$$

$$\beta) \int \frac{1 + \sin x}{x + \eta \mu x} dx, \quad x \in (0, \frac{\pi}{2}) \quad (4)$$

$$\gamma) \text{ (i) } \int \frac{4-x}{\sqrt{8-x^2}} dx \quad \text{(ii) } \int e^{x^2 + \ln x} dx \quad \text{(iii) } \int \frac{(1 + \ln x)^3}{x} dx \quad (7,4,4)$$

$$\delta) \int \frac{x-2}{3x^2-x} dx \quad (8)$$

$$\epsilon) \int \frac{4x^2 - 2x + 7}{4x^2 - 4x + 10} dx \quad (10)$$

$$\sigma\tau) \int \frac{\sin^3 2x}{1 - \eta \mu 2x} dx \quad (8)$$

$$\zeta) \int \frac{\sqrt{4x^2 - 9}}{x^2} dx, \quad 2x=3 \text{ τεμ } \theta, \quad 0 < \theta < \frac{\pi}{2} \quad (10)$$

$$\eta) \int (\sin x \ln x + \frac{1}{x} \eta \mu x) dx \quad (6)$$

$$\theta) \int \sigma \tau \epsilon \mu^3 x \, dx \quad (10)$$

2. Χρησιμοποιώντας το μετασχηματισμό $t = \epsilon \phi x$, να βρείτε το ολοκλήρωμα

$$\int \frac{1}{5\eta \mu^2 x - 1} dx \quad (10)$$

3. Να βρείτε την παραγωγίσιμη συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, αν η εφαπτομένη της καμπύλης f στο τυχαίο σημείο της $M(x, f(x))$ έχει κλίση $\frac{e^{2x}}{f(x)}$ και το σημείο $A(0, 1)$ ανήκει στην καμπύλη f . (6)
4. Να βρείτε τη συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, η οποία έχει ιδιότητα $f'(x) + f(x) = 1 + e^{-x}$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και η κλίση της στο $x_0 = 0$ είναι 2. (5)