

**ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

Ημερομηνία: 01/02/2012

ΒΑΘΜΟΣ: .....

Διάρκεια: 45'

Υπ. Καθ: .....

Τμήμα: Γ5

Υπ. Κηδ: .....

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: .....

1. Να βρείτε όλες τις συναρτήσεις οι οποίες σε οποιοδήποτε σημείο  $(x, f(x))$  της γραφικής τους παράστασης έχουν κλίση  $3x^2 + 2x$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ . Ποια από αυτές έχει γραφική παράσταση που διέρχεται από το σημείο  $A(-1, 1)$ ; (6)

2. Να βρείτε τα πιο κάτω αόριστα ολοκληρώματα:

$$\alpha) \int (\sqrt[3]{3x-1} + \frac{2}{x} + e) dx \quad (3,2,2)$$

$$\beta) \int \left( \frac{4}{3e^{2x}} + \sigma\upsilon\nu \frac{x}{2} + \tau\epsilon\mu x \cdot \epsilon\phi x \right) dx, \quad (3, 3, 2)$$

$$\gamma) \text{ (i) } \int \epsilon\phi 3x dx \quad \text{(ii) } \int x^2 e^{x^3-2} dx \quad \text{(iii) } \int \eta\mu^3 2x dx \quad (3,3,5)$$

$$\delta) \int \frac{2011}{\sigma\upsilon\nu^2 x (1 + \epsilon\phi x)^{2012}} dx \quad (6)$$

$$\epsilon) \int \frac{9x^2 + 1}{9x^2 - 6x + 10} dx \quad (10)$$

$$\sigma\tau) \int \frac{1}{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu^2 x} dx \quad (9)$$

$$\zeta) \text{ (i) } \int x^3 \sqrt{5-x^2} dx. \quad \text{(ii) } \int \frac{x^2-3}{\sqrt{8-x^2}} dx, \quad x = \sqrt{8} \eta\mu\theta, 0 < \theta < \frac{\pi}{2}. \quad (16)$$

$$\eta) \int \ln(2x-1) dx \quad (8)$$

3. Χρησιμοποιώντας το μετασχηματισμό  $t = \epsilon\phi x$ , να βρείτε το ολοκλήρωμα

$$\int \frac{1}{1 + \eta\mu 2x - \sigma\upsilon\nu 2x} dx. \quad (10)$$

4. Συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , συνεχής στο  $\mathbb{R}$  για την οποία υποθέτουμε ότι ισχύει  $f''(x) = 2f(x)$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ . Να αποδείξετε ότι

$$\int f(x) \eta \mu x \, dx = \frac{f'(x) \eta \mu x - f(x) \sigma \upsilon \nu x}{3} + C \quad (9)$$

-----