

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ: 2011-2012

ΒΑΘΜΟΣ:.....

ΥΠ.ΚΑΘΗΓΗΤΗ:.....

ΥΠ. ΚΗΔΕΜΟΝΑ:.....

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΜΑΘΗΜΑ:ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:21/10/2011

ΔΙΑΡΚΕΙΑ:40' ΤΜΗΜΑ: Γ₁, ΠΕΡΙΟΔΟΣ: 6_η

ΕΙΔΟΣ: ΕΝΟΤΗΤΑ

ΔΙΔΑΣΚΩΝ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:.....

1. Να υπολογίσετε τα όρια: (α) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - \sigma\upsilon\nu x - 3x}{x^2 - \eta\mu 2x + 2x}$ (β.15)

(β) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x$ (β.10)

2. Αν η συνάρτηση $\psi = \alpha x + \beta \eta\mu x$ έχει τοπικό ακρότατο στο σημείο $A(\pi, \pi)$, να βρείτε τις τιμές των α και β . (β.10)

3. Καμπύλη ορίζεται από τις παραμετρικές εξισώσεις: $\begin{cases} x = t^3 + 4 \\ \psi = 6t^2 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Να βρείτε τις $\frac{d\psi}{dx}$ και $\frac{d^2\psi}{dx^2}$. Στη συνέχεια να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της πιο πάνω καμπύλης στο σημείο της με $t = 1$. (β.5+5+10)

4. Αφού βρείτε το πεδίο ορισμού, τα σημεία τομής με τους άξονες των συντεταγμένων, τα διαστήματα μονοτονίας, τα ακρότατα και τα σημεία καμπής, να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση $\psi = x^3 - 3x^2$ (β.20)

5. Δίνεται συνάρτηση $f(x)$ παραγωγίσιμη σε διάστημα A . Αν $f'(x) \geq 0 \forall x \in A$, να αποδείξετε ότι η $f(x)$ είναι αύξουσα στο διάστημα A . (β.10)

6. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{e^{2x}}{1+x^2}, x \in \mathbb{R}$.

(α) Να δείξετε ότι η συνάρτηση είναι μονότονη σε όλο το πεδίο ορισμού της και να βρείτε το είδος της μονοτονίας. (β.8)

(β) Να δείξετε ότι για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, με $\alpha < \beta$ ισχύει η σχέση $\frac{1+\alpha^2}{1+\beta^2} > e^{2(\alpha-\beta)}$. (β.7)