

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2011 – 2012

Βαθμός:

Υπ. Κηδεμόνα:

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Θέμα: Γραφικές Παραστάσεις

Διάρκεια: 40'

Ονοματεπώνυμο: Αρ.: Τμήμα:

1. Δίνεται η συνάρτηση $\psi = x^4 + ax^3 + \beta$ με σημείο καμπής το $A(2, -9)$. Να υπολογίσετε τα a και β .
(10μ.)
2. Να βρείτε τις ασύμπτωτες των συναρτήσεων: (α) $\psi = \frac{3x^2 + 1}{x^2 + 2}$ (β) $\psi = \frac{\ln(x - 2)}{x}$
(20μ.)
3. Διατυπώστε το 1^ο ή το 2^ο κριτήριο που πρέπει να ισχύει ώστε μία συνάρτηση f να έχει τοπικό μέγιστο.
(10μ.)
4. Αφού βρείτε το πεδίο ορισμού, τα σημεία τομής με τους άξονες, τα διαστήματα μονοτονίας, τα ακρότατα και τις ασύμπτωτες, να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση $\psi = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$
(30μ.)
5. Πρόκειται να κατασκευαστεί δεξαμενή σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου ανοικτή στο πάνω μέρος της που να έχει όγκο 36 m^3 . Η δεξαμενή πρέπει να έχει μήκος διπλάσιο από του πλάτους της. Να βρείτε τις διαστάσεις που πρέπει να έχει η βάση της δεξαμενής έτσι ώστε η ολική της επιφάνεια να είναι ελάχιστη.
(15μ.)
6. Έστω η συνάρτηση $f(x) = x^3 \cdot \ln x$, $x > 0$.
(α) Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.
(β) Να δείξετε ότι $\ln x \geq -\frac{1}{3ex^3}$, $\forall x > 0$.
(10μ.)
(5μ.)