

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ

ΤΑΞΗ : Γ'₄

Ημερ. : 3-10-12

Διάρκεια : 45'

Ομάδα : Β

Βαθμός :

Ονοματεπώνυμο :

Υπογραφή :

1. Δίνεται η καμπύλη $x^2 + y^2 - 3xy + 3x = 2$. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης και της κάθετης της καμπύλης στο σημείο της Α(1,2). (μ.10)

2. Καμπύλη ορίζεται παραμετρικά, με τις εξισώσεις $\begin{cases} x = t^2 \\ y = t^3 - 12t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$. Να βρείτε:

α. Τις παραγώγους $\frac{dy}{dx}$ και $\frac{d^2y}{dx^2}$.

β. Την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης, στο σημείο της με $t = 1$.

γ. Τα σημεία της καμπύλης στα οποία εφαπτομένη της καμπύλης είναι παράλληλη με τον άξονα των x . (μ.30)

δ. Τον τύπο της καμπύλης στην μορφή $f(x, y) = 0$. (Extra bonus) (μ.5)

3. Να υπολογίσετε τα πιο κάτω όρια :

$$\alpha. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \eta\mu 2x}{2x^2} \quad \beta. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1)\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu x - \sigma\upsilon\nu^2 x} \quad \gamma. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x \ln x - x - \sigma\upsilon\nu(\pi x)} \quad (\mu.30)$$

4. α. Να διατυπώσετε το Θεώρημα Μέσης Τιμής. (μ.5)

β. Δίνεται συνάρτηση f με $f(x) = x^3 - x$. Να εφαρμόσετε το Θ.Μ.Τ. για την f στο διάστημα $[-2, 2]$ και να βρείτε όλα τα $\xi \in (-2, 2)$ για τα οποία ισχύει το θεώρημα. (μ.10)

γ. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln x$, $x \in [1, \frac{3}{2}]$. Να εφαρμόσετε το Θ.Μ.Τ. στο διάστημα $(1, \frac{3}{2})$ και στη συνέχεια να δείξετε ότι $\frac{1}{3} < \ln \frac{3}{2} < \frac{1}{2}$. (μ.5)

5. Δίνεται συνάρτηση f που είναι παραγωγίσιμη, με $f(0) = 1$ και $f'(x) = 2 - f^2(x) - \eta\mu^2 x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x \cdot f(x) - x - 1 + \sigma\upsilon\nu x}{x^2}. \quad (\mu.10)$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ