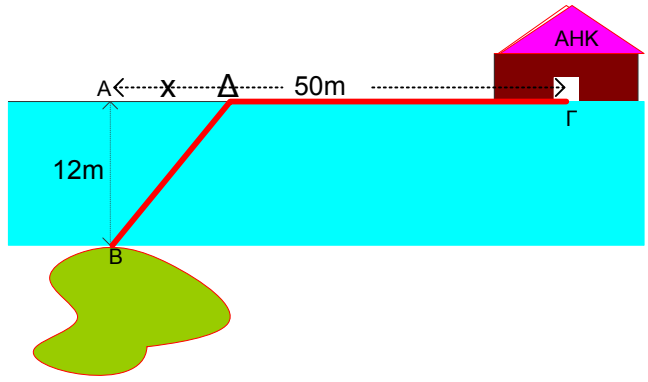


ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Τάξη : Γ' Ενιαίου Λυκείου (Κατεύθυνση)

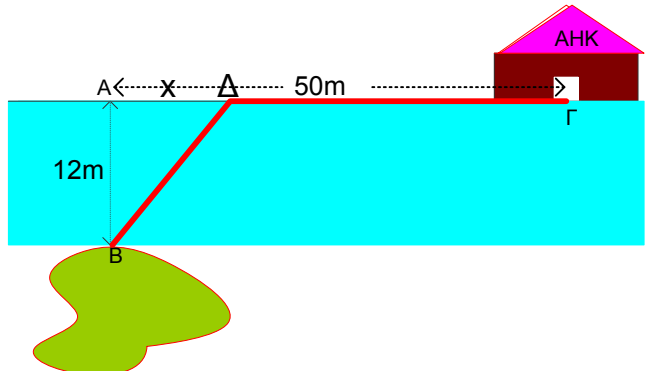
Ημερομηνία : 12/ 11 / 2012

1. Η καμπύλη με εξίσωση $\psi = \alpha\chi^3 + \beta\chi + 2$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο σημείο $A(1, -2)$. α) Να υπολογίσετε τα α και β . β) Να βρείτε το άλλο ακρότατο της καμπύλης και να το χαρακτηρίσετε (μέγιστο / ελάχιστο). (μον.2,5)
2. α) Δώστε τον ορισμό της οριζόντιας ασύμπτωτης .
β) Να εξετάσετε αν η καμπύλη $\psi = (\chi + 1) \cdot e^{-\chi}$ έχει οριζόντια ασύμπτωτη .
Αν έχει οριζόντια ασύμπτωτη να βρείτε την εξίσωση της . (μον.1+2)
3. Δίνεται η συνάρτηση $f(\chi) = \chi^3 - 3\chi^2 + 2$.
α) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f παρουσιάζει ένα τοπικό μέγιστο , ένα τοπικό ελάχιστο και ένα σημείο καμπής.
β) Αν χ_1, χ_2 είναι οι θέσεις των τοπικών ακροτάτων και χ_3 η θέση του σημείου καμπής , να αποδείξετε ότι τα σημεία $A(\chi_1, f(\chi_1))$, $B(\chi_2, f(\chi_2))$ και $\Gamma(\chi_3, f(\chi_3))$ είναι συνευθειακά . (μον.2+1)
4. Δίνεται η συνάρτηση $f(\chi) = \frac{\ln(\chi - 1)}{\chi - 1}$.
α) Να εξετάσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα .
β) Να αποδείξετε ότι $\ln(\chi - 1)^e - \chi + 1 \leq 0$, $\forall \chi > 1$. (μον.3)
5. Ένα νησάκι απέχει 12m από μια ευθύγραμμη ακτή και πρόκειται να συνδεθεί με υποσταθμό της ΑΗΚ που βρίσκεται στο σημείο Γ της ακτής $A\Gamma = 50m$. Αν κάθε μέτρο υπόγειας σύνδεσης κοστίζει €30 ενώ κάθε μέτρο υποβρύχιας σύνδεσης κοστίζει €50, να βρείτε την απόσταση $A\Delta = \chi$ ώστε το συνολικό κόστος της καλωδίωσης να είναι το ελάχιστο δυνατόν και να βρείτε το ελάχιστο κόστος .
 (μον.3,5)
6. Δίνεται η συνάρτηση $\psi = \frac{\chi^2 - 6\chi + 9}{\chi - 2}$. Αφού βρείτε το πεδίο ορισμού της, τα σημεία τομής της με τους άξονες, τα διαστήματα μονοτονίας, τα ακρότατα και τις ασύμπτωτες, να την παραστήσετε γραφικά . (μον.5)

ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Τάξη : Γ' Ενιαίου Λυκείου (Κατεύθυνση)

Ημερομηνία : 12/ 11 / 2012

1. Αν η συνάρτηση $\psi = \alpha \ln x + \beta x^2 + 6x$ έχει τοπικό ελάχιστο το σημείο A (1 , 5)
να υπολογίσετε τις τιμές των σταθερών α και β . (μον.2,5)
2. α) Δώστε τον ορισμό της οριζόντιας ασύμπτωτης .
β) Να εξετάσετε αν η καμπύλη $\psi = (x - 2) \cdot e^{-x}$ έχει οριζόντια ασύμπτωτη .
Αν έχει οριζόντια ασύμπτωτη να βρείτε την εξίσωση της . (μον.1+2)
3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$.
α) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f παρουσιάζει ένα τοπικό μέγιστο , ένα τοπικό ελάχιστο και ένα σημείο καμπής .
β) Αν x_1 , x_2 είναι οι θέσεις των τοπικών ακροτάτων και x_3 η θέση του σημείου καμπής ,
να αποδείξετε ότι τα σημεία $A(x_1, f(x_1))$, $B(x_2, f(x_2))$ και $\Gamma(x_3, f(x_3))$
είναι συνευθειακά . (μον.2+1)
4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(1+x^2) - x$. Να δείξετε ότι :
α) η συνάρτηση $f(x)$ είναι φθίνουσα .
β) $\ln\left(\frac{1+\alpha^2}{1+\beta^2}\right) \geq \alpha - \beta$, όπου $\alpha \leq \beta$. (μον.3)
5. Ένα νησάκι απέχει 12m από μια ευθύγραμμη ακτή και πρόκειται να συνδεθεί με υποσταθμό της ΑΗΚ που βρίσκεται στο σημείο Γ της ακτής $A\Gamma=50m$. Αν κάθε μέτρο υπόγειας σύνδεσης κοστίζει €30 ενώ κάθε μέτρο υποβρύχιας σύνδεσης κοστίζει €50 , να βρείτε την απόσταση $AD = x$ ώστε το συνολικό κόστος της καλωδίωσης να είναι το ελάχιστο δυνατόν και να βρείτε το ελάχιστο κόστος .
 (μον.3,5)
6. Δίνεται η συνάρτηση $\psi = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2}$. Αφού βρείτε το πεδίο ορισμού της , τα σημεία τομής της με τους άξονες , τα διαστήματα μονοτονίας , τα ακρότατα και τις ασύμπτωτες , να την παραστήσετε γραφικά . (μον.5)