

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ.....ΔΙΑΡΚΕΙΑ..... ΟΜΑΔΑ.....

ΟΝΟΜΑ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ.....ΒΑΘΜΟΣ.....

ΤΜΗΜΑ ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ .11/10/2010.....ΥΠΟΓΡ. ΚΗΔΕΜ.

=====

1. Να βρείτε τα πιο κάτω όρια:

$$(\alpha) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x - x + 1}{x^2 - 1}$$

$$(\beta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x - \ln(1+x)}{2\eta\mu x + e^{-2x} - 1}$$

$$(\gamma) \lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot e^{-x}$$

(μ: 1½ , 1½ , 1)

2. (α) Να διατυπώσετε το Θεώρημα Μέσης Τιμής (μ: 1)

(β) Να βρείτε τον αριθμό $\xi \in [1,5]$ για τον οποίο να ισχύει το ΘΜΤ για τη συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x-1}$ (μ: 2)

3. Δίδεται η συνάρτηση με παραμετρικές εξισώσεις $\chi = \frac{t^2}{2}$, $\psi = t \cdot \ln t$

(α) Να δείξετε ότι $\frac{dy}{dx} = \frac{\ln t + 1}{t}$

(β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης στο $t = 1$

(γ) Να βρείτε τη $\frac{d^2 y}{dx^2}$

(δ) Να βρείτε τα τοπικά ακρότατα. (μ: 2 , 2 , 1 , 2)

4. (α) Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης $\psi = \chi \cdot e^{-\chi}$

(β) Στη συνέχεια να δείξετε ότι για κάθε $\chi > 1$ ισχύει $\ln \chi \leq \chi - 1$

(μ: 4)

5. Δίδεται η συνάρτηση $f(x) = 2\chi^3 - 3(\lambda - 1)\chi^2 + 6(1 - \lambda)\chi + 1$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Να βρείτε τις τιμές του λ , ώστε η συνάρτηση f να είναι γνησίως αύξουσα

(μ: 2)