

ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: 06/11/09

ΒΑΘΜΟΣ:

Διάρκεια: 45'

Υπ. Καθ:

Τμήμα: Γ κατ.

Υπ. Κηδ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

1. Να βρείτε τις τιμές του a ώστε η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^4}{12} - \frac{a^2}{3}x^3 + \frac{ax^2}{2} - 3x + 1$ να παρουσιάζει σημείο καμπής στο $x_0 = 1$.

(14)

2. Αφού βρείτε το πεδίο ορισμού, τα σημεία τομής με τους άξονες, τα διαστήματα μονοτονίας, τα ακρότατα και τις ασύμπτωτες και να παραστήσετε γραφικά τις συναρτήσεις:

(α) $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 - 1}$

(β) $g(x) = (x - 2)^2 e^{-x}$

(40)

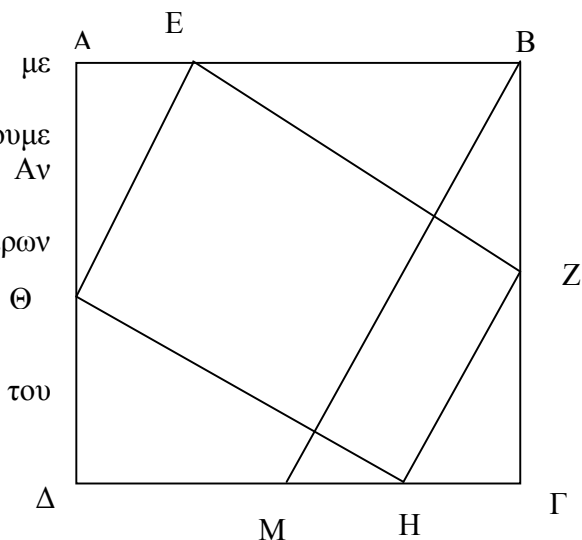
3. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $AB=8\text{cm}$ και $B\Gamma=12\text{cm}$.

M είναι το μέσο της $\Gamma\Delta$. Στο $AB\Gamma\Delta$ εγγράφουμε παραλληλόγραμμο $EZH\Theta$ έτσι ώστε $ZH \parallel BM$. Αν $Z\Gamma = y \text{ m}$ και $H\Gamma = x \text{ m}$

- (α) Να δείξετε ότι το άθροισμα των τεσσάρων ορθογωνίων τριγώνων είναι

$$E = 6x^2 - 36x + 96$$

- (β) Να βρείτε την τιμή του x ώστε το εμβαδό του παραλληλογράμμου $EZH\Theta$ να είναι μέγιστο.



(16)

4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x + \frac{1}{x-2}$. Να δείξετε ότι:

(α) Τα σημεία των ακροτάτων της f και το σημείο τομής των ασύμπτωτων της C_f είναι συνευθειακά.

(β) Δεν υπάρχει εφαπτομένη της C_f που είναι παράλληλη προς την πλάγια ασύμπτωτη της C_f .

(16)

5. Δίνεται συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - a^2}{2ax} - \ln x + \ln a$, $a > 0$

(α) Να μελετηθεί η συνάρτηση ως προς την μονοτονία

(β) Αν $0 < \alpha < \beta$, να δείξετε ότι $\ln \frac{\alpha}{\beta} > \frac{\alpha^2 - \beta^2}{2\alpha\beta}$.

(14)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !