

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 24/ 11/ 11

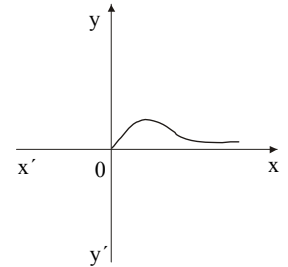
Υπογραφή κηδεμόνα: _____

Όνοματεπώνυμο μαθητή/τριας: Τμήμα: Γ7

1. Σε κάθε μία από τις πιο κάτω περιπτώσεις να επιλέξετε την ορθή απάντηση: (Μ. 4)

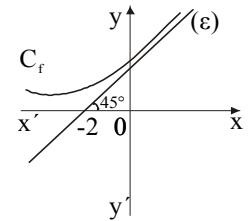
- A) Αν μια συνάρτηση f είναι δυο φορές παραγωγίσιμη και στρέφει τα κοίλα προς τα άνω σ' ένα διάστημα Δ , τότε:
- A. $f''(x) > 0$, για κάθε $x \in \Delta$
 - B. $f''(x) < 0$, για κάθε $x \in \Delta$
 - Γ. $f''(x) \leq 0$, για κάθε $x \in \Delta$
 - Δ. $f''(x) \geq 0$, για κάθε $x \in \Delta$
- E. δεν μπορούμε να καταλήξουμε σε συμπέρασμα για το πρόσημο της $f''(x)$ στο Δ

B) Στο διπλανό σχήμα έχουμε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = xe^{-\alpha x}$ με $\alpha > 0$ και $x \in [0, +\infty)$. Για όλες τις συναρτήσεις f ισχύει ότι:



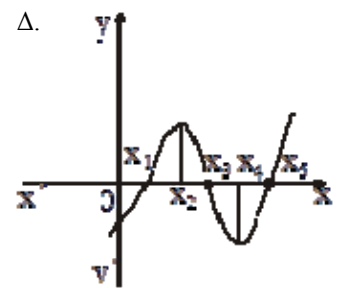
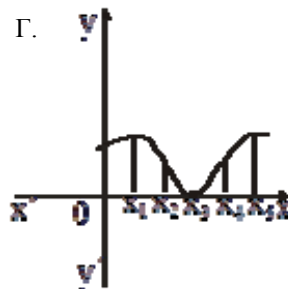
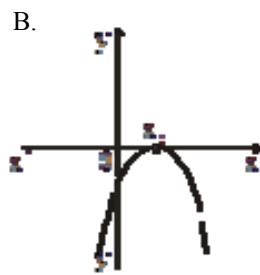
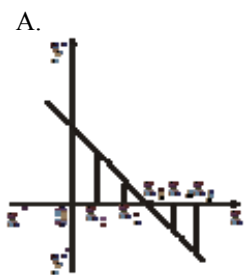
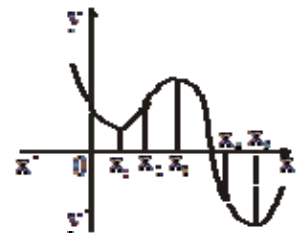
- A. έχουν μόνο 1 τοπικό ακρότατο
- B. το 0 είναι σημείο καμπής
- Γ. η $x = 0$ είναι κατ/φη ασύμπτωτη
- Δ. η $y = 0$ είναι οριζόντια ασύμπτωτη
- E. όλα τα παραπάνω

Γ) Η ευθεία $(\epsilon): y = x + 2$ είναι ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f . Τότε ισχύει ότι:



- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$
- B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$
- Γ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$
- Δ. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 1$
- E. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

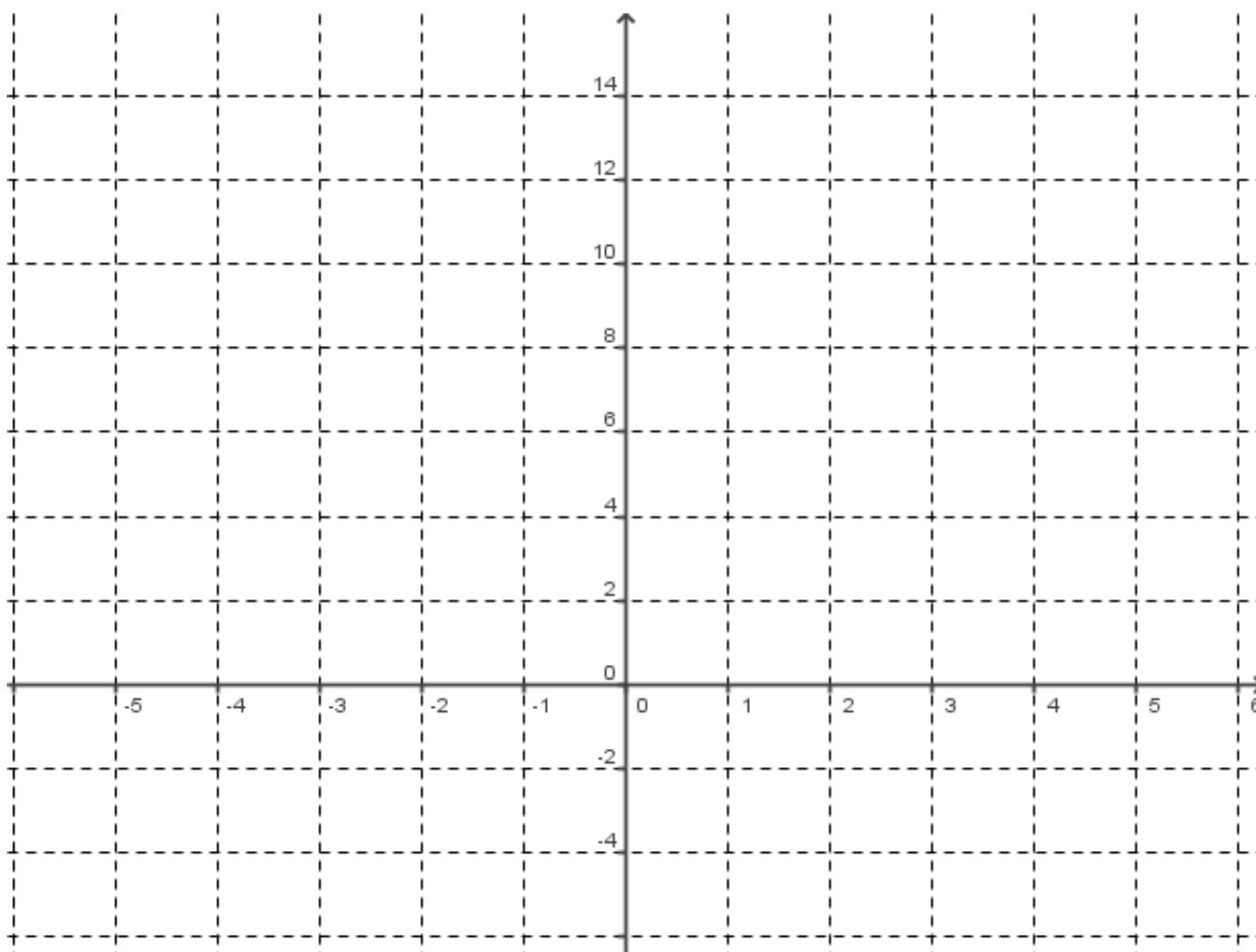
Δ) Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f . Η γραφική παράσταση της f' μπορεί να είναι:



2. Το τοπικό ακρότατο της συνάρτησης $f(x) = x^2 - 2x + 3$ είναι συγχρόνως και σημείο καμπής της συνάρτησης $g(x) = ax^3 + b \ln x + 1$. Να βρείτε τις τιμές των a και b . (Μ.3)

3. Να μελετήσετε και να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση $\psi = x^4 - 6x^2 + 8$.
(Να βρείτε: το πεδίο ορισμού, τα σημεία τομής με τις άξονες, τα διαστήματα μονοτονίας, τα ακρότατα και τα σημεία καμπής.)

(Μ.6)



4. Αφού βρείτε το πεδίο ορισμού, τα σημεία τομής με τις άξονες, τα διαστήματα μονοτονίας, τα ακρότατα και τις ασύμπτωτες, να παραστήσετε γραφικά τις συναρτήσεις: (M.12)

$$\alpha) y = \frac{\chi^2 + 2\chi + 1}{\chi - 1}$$

$$\beta) y = \frac{2\chi^2}{\chi^2 - 8\chi + 12}$$

5. Να βρείτε τις ασύμπτωτες των συναρτήσεων: (M.4,5)

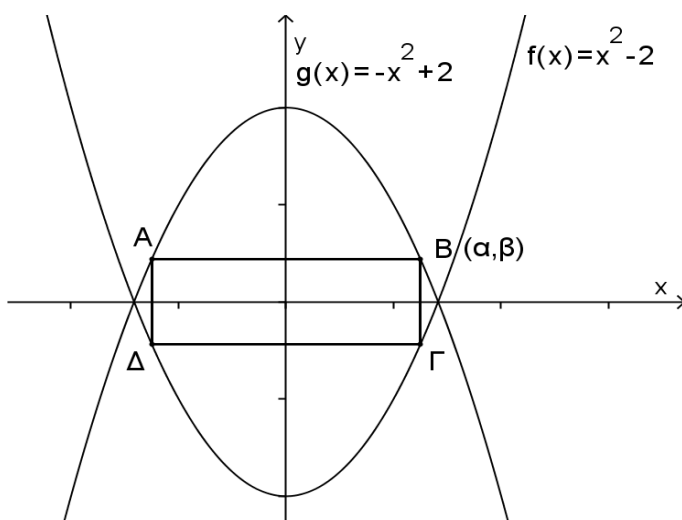
$$\alpha) y = \frac{2e^x + 6}{e^x - 5}$$

$$\beta) y = \ln(\chi + 5)$$

6. α) Η συνάρτηση $y = \frac{\alpha\chi + 1}{\beta\chi - 6}$ έχει κατάκόρυφη ασύμπτωτη την $\chi = -3$ και οριζόντια ασύμπτωτη την $y = 2$. Να βρείτε τα α και β . (M.3)

- β) Να δείξετε ότι η συνάρτηση $y = \chi - 3 + e^{-2\chi}$ έχει πλάγια ασύμπτωτη την ευθεία $y = \chi - 3$. (M.2)

7. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $g(\chi) = -\chi^2 + 2$ και $f(\chi) = \chi^2 - 2$. Δίνεται επίσης ότι το ορθογώνιο ΑΒΓΔ έχει τις κορυφές Α και Β πάνω στην g και τις κορυφές Γ και Δ πάνω στην f . Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Β ώστε το ορθογώνιο ΑΒΓΔ να έχει μέγιστο εμβαδόν. (M.4)



8. Να δώσετε τον ορισμό του τοπικού μέγιστου. (M1,5)