

ΒΑΘΜΟΣ:.....	
<u>ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ</u>	
ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά	ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: / 10 / 11
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ :	

1. Να βρεθούν τα πιο κάτω όρια : (β.15)

α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 6}{e^x + x}$ β) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{e^x + e^{-x} - 2}$ γ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x \ln x)$

2. Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας , τα τοπικά ακρότατα , και τα σημεία καμπής της συνάρτησης : (β.15)

$$\psi = xe^{-3x}$$

3. Δίνεται η συνάρτηση με παραμετρικές εξισώσεις : (β.20)

$$x = t^3 - 1$$

$$y = t^2 + 2t$$

α) να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης για $t=2$ και τα σημεία τομής της εφαπτομένης με τους άξονες.

β) Να βρείτε την $\frac{d^2y}{dx^2}$.

γ) Να βρείτε και να χαρακτηρίσετε τα τοπικά ακρότατα.

4. Να βρείτε τις τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε η συνάρτηση $f(x) = \alpha \ln x + \beta x^2 + x - 4$ να παρουσιάζει τοπικά ακρότατα για $x = \frac{1}{2}$ και $x = 1$. Να χαρακτηρίσετε τα τοπικά ακρότατα . (β.20)

5. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$. Να βρεθεί σημείο ξ στο διάστημα $(3, 4)$ στο οποίο ισχύει το θεώρημα της μέσης τιμής. (β.15)

6. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(\ln x) - \ln x$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού

β) Να εξετάσετε τη συνάρτηση f ως προς την μονοτονία και να δείξετε ότι αυτή έχει τοπικό μέγιστο στο σημείο με $x = e$.

γ) Αν $e < \alpha < \beta$ να δείξετε ότι : $\alpha^\beta \leq \beta^\alpha$. (β.20)