

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Συναρτήσεις - Εφαρμογές παραγώγων

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ _____ Τμήμα: Γ1 Ημερομηνία: 12 Οκτωβρίου 2011 Περίοδος: 3η Διάρκεια: 45' (Προειδοποιημένο)	2011 - 2012 Βαθμός _____ Υπογραφή καθηγητή _____ Υπογραφή κηδεμόνα _____
--	--

1. Να βρείτε τα πιο κάτω όρια:

$$(α) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{e^x - 1}$$

$$(β) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 1}{\ln(x^2 + 1)}$$

$$(γ) \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - x^2)$$

(15 μονάδες)

2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 1$, $x \in [-1, 3]$. Να τη μελετήσετε ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το ολικό μέγιστο και το ολικό ελάχιστο σε όλο το πεδίο ορισμού της.

(20 μονάδες)

3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{x-1}$ με $x \in [2, 4]$. Να βρείτε τον αριθμό $\xi \in (2, 4)$ που ικανοποιεί το συμπέρασμα του θεωρήματος της μέσης τιμής.

(15 μονάδες)

4. Δίνεται η συνάρτηση με παραμετρικές εξισώσεις :

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= t^3 + 3t + 1 \\ y(t) &= t^3 - 3t + 1 \end{aligned} \right\} t \in \mathbb{R}$$

α) Να βρείτε τις $\frac{dy}{dx}$ και $\frac{d^2y}{dx^2}$.

β) Να βρείτε τα τοπικά ακρότατα της πιο πάνω συνάρτησης και να τα χαρακτηρίσετε.

(20 μονάδες)

5. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = e^x - ex$ με $x \in (1, +\infty)$.

α) Να δείξετε ότι είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της.

β) Να δείξετε ότι ισχύει $e^{e^2} - e^e > e^2 - e^2$

(15 μονάδες)

6. Να δείξετε ότι η συνάρτηση $f(x) = ax^3 + bx^2 + \gamma x + \delta$, $a \neq 0$ έχει πάντα ένα σημείο καμπής.

(15 μονάδες)