

Σχ.χρονιά : 2011 - 2012

Ενότητα : Συναρτήσεις-Παράγωγος-
De L' Hospital-Monotonία

Ημερομ. : 10-10-11

Βαθμός :

Υπ. Καθ. :

Όνομα μαθητή/τριας : Αρ. : Τμήμα : Γ₃

1. Να βρεθούν τα πιο κάτω όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 - x + 9}{3x^2 - 5x - 6} \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x^2 - 4x + 3} \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x} \quad (\beta.3)$$

2. Το σημείο $(-1, 2)$ είναι τοπικό ακρότατο της συνάρτησης $f(x) = ax^3 - bx^2 + 1$.
Να βρείτε τους αριθμούς a και b . (β.3)

3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{2} + \sqrt{x}$, με $x \in [0, 4]$.
Να βρείτε τον αριθμό $\xi \in (0, 4)$ που ικανοποιεί το συμπέρασμα του θεωρήματος της μέσης τιμής. (β.3)

4. Δίνεται η συνάρτηση με παραμετρικές εξισώσεις :

$$\left. \begin{array}{l} x = \ln t^2 \\ y = t^2 - 2t \end{array} \right\} t > 0$$

α) Να δείξετε ότι $\frac{dy}{dx} = t^2 - t$

β) Να βρείτε την $\frac{d^2y}{dx^2}$.

γ) Να βρείτε και να χαρακτηρίσετε τα τοπικά ακρότατα. (β.3)

5. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^2 \ln x - 3x^2$.

α) Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς την μονοτονία της

β) Να βρείτε και να χαρακτηρίσετε τα τοπικά της ακρότατα. (β.4)

6. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη και αύξουσα σε ένα διάστημα A να δείξετε ότι $f'(x) \geq 0 \quad \forall x \in A$ (β.2)

7. Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = e^{-x}(x-2)$

α) Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης (β.2)

β) Να δείξετε ότι $\ln(x-2) \leq x-3$. (φιλοδώρημα) (β.1)