

Σχ.χρονιά : 2011 - 2012

Ενότητα : Μελέτη Συνάρτησης
Προβλήματα

Βαθμός :

Ημερομ. : 02-11-11 Υπ. Καθ. :

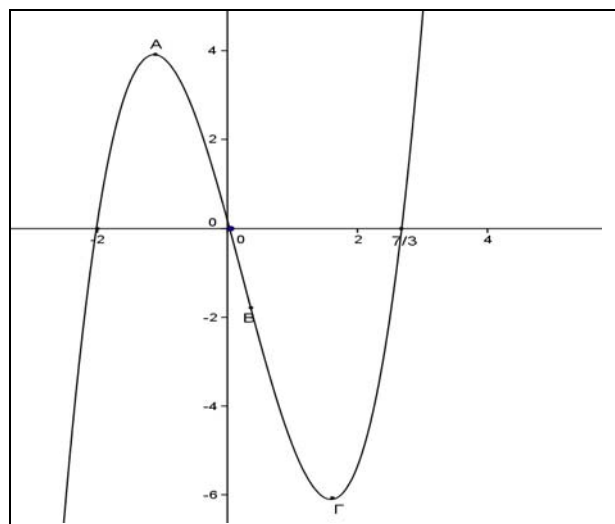
Όνομα μαθητή/τριας : Αρ. : Τμήμα : Γ₃

1. Η $\psi = f(x)$ στο διπλανό σχήμα, έχει ακρότατα στα σημεία Α για $x = -1$, στο Γ για $x = \frac{5}{3}$ και σημείο καμπής στο σημείο Β για $x = \frac{1}{3}$.

Για ποιες τιμές του x ισχύουν:

- α) $f(x) \geq 0$ β) $f'(x) > 0$
γ) $f'(x) = 0$ δ) $f''(x) \geq 0$

(β.2)



2. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού και οι ασύμπτωτες των συναρτήσεων

α) $f(x) = \frac{2x^2 + 5}{x-1}$ β) $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$ (β.4)

3. Να βρείτε τις τιμές του α ώστε η συνάρτηση : $f(x) = 3x^3 - \alpha x^2 + 9x - 1$, να είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$. (β.2)

4. Να μελετήσετε και να παραστήσετε γραφικά την συνάρτηση : $\psi = \frac{(x-1)^2}{2x}$.

Η μελέτη να περιλαμβάνει πεδίο ορισμού, σημεία τομής με τους άξονες, μονοτονία, ακρότατα και ασύμπτωτες. (β.6)

5. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$ με $x > 0$.

- α) Να μελετηθεί ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.
β) Να δείξετε ότι ισχύει $2e \ln x \leq x^2 \quad \forall x > 0$. (β.3)

6. Δίνεται η ευθεία $\varepsilon : \psi = (1-\lambda)x + \lambda + 3$ με $\lambda > 1$.

Να βρείτε το λ ώστε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζεται από τους άξονες και την αρχή των αξόνων να είναι ελάχιστο. (β.3)

Φιλοδώρημα

Το ποσοστό ανεργίας σε μια χώρα είναι $A(t) = \frac{8t+7}{2t+1}$ μετά από t χρόνια.

α) Ποιο είναι το αρχικό ποσοστό ανεργίας;

β) Να δείξετε ότι συνεχώς θα μειώνεται.

γ) Να δείξετε ότι ποτέ δεν θα πέσει κάτω από το 4%.

(β.2)

