

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

Μελέτη Συνάρτησης - Προβλήματα

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ _____ Τμήμα: Γ1 Ημερομηνία: 6 Νοεμβρίου 2011 Περίοδος: 5η Διάρκεια: 45' (Προειδοποιημένο)	2011 - 2012 Βαθμός _____ Υπογραφή καθηγητή _____ Υπογραφή κηδεμόνα _____
---	--

1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και τις ασύμπτωτες των συναρτήσεων

α) $f(x) = \frac{3e^x + 2}{e^x - 1}$ β) $f(x) = \frac{\ln x - 1}{3 \ln x - 1}$ (20 μονάδες)

2. Αφού βρείτε το πεδίο ορισμού, τα σημεία τομής με τους άξονες, τα διαστήματα μονοτονίας, τα ακρότατα και τις ασύμπτωτες, να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων :

i) $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 1}$ ii) $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$

(50 μονάδες)

3. Οι θερμοκρασίες σε μια περιοχή κατά τη διάρκεια ενός 24ώρου υπολογίζονται με τη βοήθεια της συνάρτησης $f(t) = t - 4\sqrt{t} + \alpha$ ($\alpha \in \mathbb{R}$ και $t \in (0, 24]$, ο χρόνος σε ώρες).

- i. Να
βρείτε σε ποια χρονική στιγμή η θερμοκρασία έχει την ελάχιστη τιμή της.
- ii. Να
υπολογίσετε την τιμή του α αν γνωρίζετε ότι η ελάχιστη τιμή κατά τη διάρκεια του 24ωρου είναι -1° .
- iii. Αν $\alpha=3$
να βρείτε τότε η θερμοκρασία της περιοχής γίνεται 0° .

(8,4,3 μονάδες)

4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^\nu - 2x + \alpha}{x - 1}$, $\nu \in \mathbb{N}$ και $\alpha \in \mathbb{R}$. Να βρείτε για ποιες τιμές των ν και α έχει πλάγια ασύμπτωτη και για ποιες τιμές η συνάρτηση δεν έχει καθόλου ασύμπτωτες.

(5 μονάδες)

5. Δίνεται η γραφική παράσταση της πρώτης παραγώγου (f') μιας συνάρτησης f .
- Να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της f και τις τιμές του x για τις οποίες η συνάρτηση έχει τοπικά ακρότατα.
 - Για ποια τιμή του x η συνάρτηση έχει σημείο καμπής; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
 - Εάν γνωρίζετε ότι η γραφική παράσταση περνάει από τα σημεία $(-2,0)$, $(-1,4)$, $(0,2)$, $(1,0)$ και $(2,4)$, να τη σχεδιάσετε στο παρακάτω σύστημα συντεταγμένων.

(8,3,4 μονάδες)

