

ΒΑΘΜΟΣ:.....

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: / 10 / 10

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ :

1. Να βρεθούν τα πιο κάτω όρια : (β.20)

α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x + x + 1}{x^2 + x + 1}$

β) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \eta \mu x - \sigma \upsilon \nu x + 1}{x^2}$

γ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x$

δ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \ln x)$

2. Η συνάρτηση $\psi = \alpha x^3 - 9x^2 + \beta x - 3$ έχει τοπικά ακρότατα στα σημεία της με $x=1$ και $x=2$. Να βρείτε τις τιμές των α και β και στη συνέχεια την τιμή του x για την οποία έχει σημείο καμπής. (β.15)

3. Η συνάρτηση: $\psi = \alpha \cdot \ln x + \beta \cdot x^2$, παρουσιάζει σημείο καμπής στο $(1,3)$.

α) Να υπολογίσετε τις τιμές των α και β .

β) Να δείξετε ότι η συνάρτηση είναι αύξουσα σε όλο το πεδίο ορισμού της. (β.15)

4. Δίνεται η συνάρτηση με παραμετρικές εξισώσεις :
$$\begin{matrix} x = \ln t^2 \\ y = t^2 - 2t \end{matrix} \quad t > 0$$

α) Να δείξετε ότι $\frac{dy}{dx} = t^2 - t$

β) Να βρείτε την $\frac{d^2y}{dx^2}$.

γ) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης και της κάθετης της καμπύλης στο σημείο της με $t=1$. (β.20)

5. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x - x^3$. Να βρείτε τον αριθμό $\xi \in (-2,1)$ που ικανοποιεί το συμπέρασμα του θεωρήματος της μέσης τιμής. (β.15)

6. Δίνεται η συνάρτηση : $f(x) = \frac{x^2 - a^2}{2ax} + \ln a - \ln x$, $\alpha \nu \quad \alpha > 0$

α) Να δείξετε ότι η συνάρτηση είναι αύξουσα. (β.15)

β) Αν $0 < \alpha < \beta$ να δείξετε ότι : $\ln\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \geq \frac{\alpha^2 - \beta^2}{2\alpha\beta}$